Classes de 2nde	Correction du Devoir Surveillé de mathématiques	Durée : 1h30
Mardi 19 septembre 2017		Pas de calculatrice

Exercice 1 : 3 points

Donner le plus petit ensemble de nombres auquel appartient chacun des nombres suivants :

$A = -\frac{39}{13} = -3$ donc $A \in \mathbb{Z}$

$B = \frac{\sqrt{4}}{25} = \frac{2}{25} = \frac{8}{100}$ donc $B \in \mathbb{D}$

$C = \frac{-4}{28} = -\frac{1}{7}$ donc $C \in \mathbb{Q}$

$D = 1 - \sqrt{5}$, or $\sqrt{5}$ est irrationnel, donc $D \in \mathbb{R}$

$E = \frac{\frac{4}{3}+\frac{3}{5}}{-\frac{1}{3}+1} = \frac{\frac{29}{15}}{\frac{2}{3}} = \frac{29}{10}$ donc $E \in \mathbb{D}$

$F = \frac{(\pi-7)\pi}{14\pi-2\pi^2} = \frac{(\pi-7)\pi}{2\pi(7-\pi)} = -\frac{1}{2}$ donc $F \in \mathbb{D}$

Exercice 2 : 5 points

Déterminer l'union puis l'intersection des intervalles suivants :

1) $I = [-4\,;3]$ et $J = [-3\,;\,5]$ donc $I \cap J = [-3\,;\,3]$ et $I \cup J = [-4\,;\,5]$
2) $I = [0\,;\,10]$ et $J =]10\,;\,+\infty[$ donc $I \cap J = \emptyset$ et $I \cup J = [0;+\infty[$
3) $I = [-1\,;\,1]$ et $J = \mathbb{R}^{*+}$ donc $I \cap J =]0\,;\,1]$ et $I \cup J = [-1\,;\,+\infty[$
4) $I =]4\,;\,5[$ et $J = [4\,;\,+\infty[$ donc $I \cap J =]4\,;\,5[= I$ et $I \cup J = [4\,;\,+\infty[= J$
5) $I =]-7\,;\,2[\cap [-1\,;\,\sqrt{5}]$ et $J = \left]-\frac{3}{2}\,;\,0\right] \cup [1\,;\,2]$ donc $I \cap J = [-1\,;\,0] \cup [1\,;\,2[$ et $I \cup J =]-\frac{3}{2}\,;\,2]$

Exercice 3 : 2 points

Simplifier à l'aide d'intervalles :

1) $-2 < x < 1$ et $0 < x < 3 \Leftrightarrow x \in]0\,;1[$
2) $x < 1$ ou $x > -2 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$
3) $x > -5$ et $x \neq 3 \Leftrightarrow x \in]-5\,;3[\cup]3\,;+\infty[$
4) $x \leq -1$ ou $x > 5 \Leftrightarrow x \in]-\infty\,;-1] \cup]5\,;+\infty[$

Exercice 4 : 1 point

Ensemble *E* des réels non nuls différents de -7 et strictement supérieurs à -10 :

$E =]-10\,;-7[\cup]-7\,;0[\cup]0\,;+\infty[$

Exercice 5 : (2 points)

Compléter en utilisant les symboles $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$

$[3;4] \subset [-2\,;6] \cup]5\,;12]$

$6 \notin [5\,;8] \cap]-\infty\,;4]$

$\sqrt{16} \in \mathbb{R}^*$

$\{-7\} \subset [-8\,;5[$

Exercice 6 : 7 points

Factoriser :

Pour tout x de $\mathbb{R}$:

$A(x) = (3-x)^2 - (x+3)^2$
$A(x) = (3-x+x+3)(3-x-x-3)$
$A(x) = -12x$

$B(x) = (3x+1)(-6x+5) - 1 + 9x^2$
$B(x) = (3x+1)(-6x+5) + (9x^2-1)$
$B(x) = (3x+1)(-6x+5) + (3x-1)(3x+1)$
$B(x) = (3x+1)(-6x+5+3x-1)$
$B(x) = (3x+1)(-3x+4)$

$C(x) = (1-2x)^2 - (2x-1)^3$
$C(x) = (2x-1)^2 - (2x-1)^3$
$C(x) = (2x-1)^2(1-2x+1)$
$C(x) = (2x-1)^2(2-2x)$
$C(x) = 2(2x-1)^2(1-x)$

$D(x) = (3-2x)(x-3) + x^2 - 6x + 9 + (6-2x)(x-1)$
$D(x) = (3-2x)(x-3) + (x-3)^2 - 2(x-3)(x-1)$
$D(x) = (x-3)\big(3-2x+x-3-2(x-1)\big)$
$D(x) = (x-3)(-3x+2))$

Développer :

Pour tout x de $\mathbb{R}$:

$E(x) = (4x+5)^2 - (3-2x)^2$
$E(x) = 16x^2 + 40x + 25 - (9 - 12x + 4x^2)$
$E(x) = 16x^2 + 40x + 25 - 9 + 12x - 4x^2$
$E(x) = 12x^2 + 52x + 16$

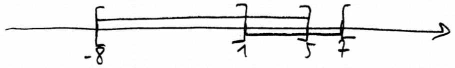
$F(x) = 3(2-x) - 5(2x+3) - (2x-7)(3x+1)$
$F(x) = 6 - 3x - 10x - 15 - (6x^2 + 2x - 21x - 7)$
$F(x) = 6 - 3x - 10x - 15 - 6x^2 - 2x + 21x + 7$
$F(x) = -6x^2 + 6x - 2$

$G(x) = \left(5 - \frac{2}{7}x\right)\left(\frac{2}{7}x + 5\right) - \left(\frac{3}{7}x - 2\right)^2$
$G(x) = 25 - \frac{4}{49}x^2 - \left(\frac{9}{49}x^2 - \frac{12}{7}x + 4\right)$
$G(x) = 25 - \frac{4}{49}x^2 - \frac{9}{49}x^2 + \frac{12}{7}x - 4$
$G(x) = -\frac{13}{49}x^2 + \frac{12}{7}x + 21$

2C DS du 13 IX 2010 1h Corrigé succinct

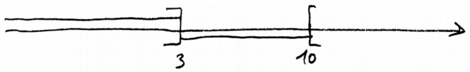
I) 1) Déterminer $I \cup J$ et $I \cap J$

ⓐ $I = [-8;5]$ et $J =]1;7[$



$\boxed{I \cup J = [-8;7[\quad \text{et} \quad I \cap J =]1;5]}$

ⓑ $I =]-\infty;3]$ et $J =]3;10[$



$\boxed{I \cup J =]-\infty;10[\quad \text{et} \quad I \cap J = \emptyset}$

2) Déterminer K

$\boxed{K =]-\infty;-5[\cup]-5;0[\cup]0;6[\cup]6;+\infty[}$ $(= \mathbb{R} - \{-5;0;6\})$

II) Simplifier

$A = -\sqrt{(\pi-4)^2} - \sqrt{(-2+\pi)^2}$

$A = -(4-\pi) - (\pi-2)$

$A = -4+\pi - \pi+2$

$\boxed{A = -2 \qquad A \in \mathbb{Z}}$

$B = \dfrac{16\times10^{-5}\times3\times10^{4}}{-24\times10^{-3}}$

$B = \dfrac{2^4\times10^{-5}\times3\times10^{4}}{-3\times2^3\times10^{-3}}$

$B = -2\times10^{2}$

$\boxed{B = -200 \quad B \in \mathbb{Z}}$

$C = \dfrac{5}{4} - \dfrac{2}{3} \div \dfrac{16}{9}$

$C = \dfrac{5}{4} - \dfrac{2}{3} \times \dfrac{3\times3}{2\times8}$

$C = \dfrac{5}{4} - \dfrac{3}{8}$

$C = \dfrac{10}{8} - \dfrac{3}{8}$

$\boxed{C = \dfrac{7}{8} = 0{,}875 \qquad C \in \mathbb{D}}$

III) 1) Calculer les images

$f(-2) = 3(-2)^2 - 4(-2) + 2 = 3\times4 + 4\times2 + 2 = \boxed{22}$

$f(\sqrt2) = 3(\sqrt2)^2 - 4\sqrt2 + 2 = 3\times2 - 4\sqrt2 + 2 = \boxed{8-4\sqrt2}$

$f(\tfrac13) = 3(\tfrac13)^2 - 4\times\tfrac13 + 2 = \tfrac13 - \tfrac43 + \tfrac63 = \tfrac33 = \boxed{1}$

2) Antécédents de 2

Résolvons l'équation : $f(x) = 2$

$3x^2 - 4x + 2 = 2$

$x(3x-4) = 0$

$x = 0$ ou $x = \dfrac43$

$\boxed{\text{2 a deux antécédents par } f : 0 \text{ et } \tfrac43}$

IV) Factoriser

$A = -8x^2 + 8x - 2$

$A = -2(4x^2 - 4x + 1)$

$\boxed{A = -2(2x-1)^2}$

$B = x - (x-9)^3 - 9$

$B = (x-9) - (x-9)^3$

$B = (x-9)\left[1 - (x-9)^2\right]$

$B = (x-9)(1-x+9)(1+x-9)$

$\boxed{B = (x-9)(10-x)(x-8)}$

$C = 2x^2 + 5x - 3$

$C = 2\left(x^2 + \tfrac52 x - \tfrac32\right)$

$C = 2\left[\left(x+\tfrac54\right)^2 - \tfrac{25}{16} - \tfrac{24}{16}\right]$

$C = 2\left[\left(x+\tfrac54\right)^2 - \left(\tfrac74\right)^2\right]$

$C = 2\left(x+\tfrac54-\tfrac74\right)\left(x+\tfrac54+\tfrac74\right)$

$C = 2\left(x-\tfrac12\right)(x+3)$

$\boxed{C = (2x-1)(x+3)}$

V) 1) Écrire sans radical au dénominateur

$A = \dfrac{5}{\sqrt7-\sqrt2} - \sqrt7$

$A = \dfrac{5(\sqrt7+\sqrt2)}{(\sqrt7-\sqrt2)(\sqrt7+\sqrt2)} - \sqrt7$

$A = \dfrac{5\sqrt7+5\sqrt2}{7-2} - \sqrt7$

$A = \dfrac{5\sqrt7+5\sqrt2}{5} - \sqrt7$

$A = \sqrt7 + \sqrt2 - \sqrt7$

$\boxed{A = \sqrt2}$

2) Simplifier

$B = \left(\sqrt{\tfrac53} - \sqrt{\tfrac35}\right)^2$

$B = \tfrac53 - 2\sqrt{\tfrac53}\sqrt{\tfrac35} + \tfrac35$

$B = \tfrac53 - 2 + \tfrac35$

$B = \tfrac{25}{15} - \tfrac{30}{15} + \tfrac{9}{15}$

$\boxed{B = \tfrac{4}{15}}$

3) Montrer que le triangle EFG est rectangle

$EF = \dfrac{5}{\sqrt7-\sqrt2} - \sqrt7 = A = \sqrt2$ donc $EF^2 = 2$

$FG = \sqrt{\tfrac53} - \sqrt{\tfrac35}$ donc $FG^2 = B = \tfrac{4}{15}$

$EG = \sqrt{\tfrac{26}{15}}$ donc $EG^2 = \tfrac{26}{15}$

or on remarque que $\tfrac{26}{15} + \tfrac{4}{15} = \tfrac{30}{15} = 2$

donc $EG^2 + FG^2 = EF^2$

donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore

$\boxed{\text{le triangle EFG est rectangle en G}}$

2k DS du 14 IX 09 1h Corrigé succinct

I) Déterminer le plus petit ensemble de nombres

$A = -\frac{18}{5} = -\frac{36}{10} = -3{,}6$ donc $\boxed{A \in \mathbb{D}}$

$B = \frac{-0{,}36}{-0{,}06} = \frac{36}{6} = 6$ donc $\boxed{B \in \mathbb{N}}$

$C = -10^{-5} = -0{,}00001$ donc $\boxed{C \in \mathbb{D}}$

$D = -\frac{\sqrt{25}}{7} = -\frac{5}{7}$ donc $\boxed{D \in \mathbb{Q}}$

$E = \frac{3\pi - 5\pi^2}{\pi(20\pi - 12)} = \frac{\cancel{\pi}(\cancel{3-5\pi})}{4\cancel{\pi}(\cancel{5\pi-3})} = -\frac{1}{4} = -0{,}25$

donc $\boxed{E \in \mathbb{D}}$

II) Ecrire F sous la forme $a^n \times b^m \times c^p$

$$F = \frac{(10^{-5})^2(3\times 10^4)^{-5}}{3^2+1} = \frac{10^{-10}\times 3^{-5}\times 10^{-20}}{10} = 3^{-5}\times 10^{-31} = \boxed{2^{-31}\times 3^{-5}\times 5^{-31}}$$

III) Simplifier

$$G = \frac{3\sqrt{18} - 2\sqrt{2} + \sqrt{50}}{\sqrt{32} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{8}} = \frac{9\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2}}{4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 6\sqrt{2}} = \frac{12\cancel{\sqrt{2}}}{3\cancel{\sqrt{2}}} = \frac{4\times\cancel{3}}{\cancel{3}} = \boxed{4}$$

$$H = \sqrt{0{,}1^4}\times\sqrt{500} = \sqrt{(10^{-1})^4}\times\sqrt{5\times 10^2} = \sqrt{10^{-4}\times 5\times 10^2} = \sqrt{5\times 10^{-2}} = \boxed{\frac{\sqrt{5}}{10}}$$

$$I = \sqrt{10^2} - \sqrt{(-8)^2} = 10 - 8 = \boxed{2}$$

$$J = \sqrt{(1+\sqrt{5})^2} - 2\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = 1+\sqrt{5} - 2(\sqrt{5}-2) = 1+\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 4 = \boxed{5-\sqrt{5}}$$

$$K = \frac{\frac{4}{27}\div\frac{2}{3}}{\frac{32}{7}\div\frac{16}{5}} = \frac{\frac{4}{27}\times\frac{3}{2}}{\frac{32}{7}\times\frac{5}{16}} = \frac{\frac{2\times\cancel{2}\times\cancel{3}}{9\times\cancel{3}\times\cancel{2}}}{\frac{\cancel{16}\times 2\times 5}{7\times\cancel{16}}} = \frac{2}{9}\times\frac{7}{2\times 5} = \boxed{\frac{7}{45}}$$

$$L = \frac{15\times(-6)^{-4}}{10^{-2}\times 25\times(-12^{-2})} = -\frac{15\times 6^{-4}}{10^{-2}\times 25\times 12^{-2}} = -\frac{3\times 5\times 3^{-4}\times 2^{-4}}{2^{-2}\times 5^{-2}\times 5^{2}\times 2^{-4}\times 3^{-2}} = -2^2\times 3^{-1}\times 5 = \boxed{-\frac{20}{3}}$$

IV Ecrire sous forme de fraction

$M = 8{,}515151\ldots$ donc $100M = 851{,}515151\ldots$ donc $100M - M = 851 - 8 = 843$ donc $99M = 843$

donc $M = \frac{843}{99} = \frac{3\times 281}{3\times 33} = \boxed{\frac{281}{33}}$

V Factoriser

$N = 3(1-x)^2 - 27x^2$

$N = 3[(1-x)^2 - (3x)^2]$

$N = 3(1-x-3x)(1-x+3x)$

$\boxed{N = 3(1-4x)(1+2x)}$

$O = 0{,}25x^2 - x + 1$

$\boxed{O = (0{,}5x - 1)^2}$

$P = x^2(x-1) + 3x^2 - 3x + (x-1)(3x+5)$

$P = x^2(x-1) + 3x(x-1) + (x-1)(3x+5)$

$P = (x-1)(x^2 + 3x + 3x + 5)$

$P = (x-1)(x^2 + 6x + 5)$

$P = (x-1)((x+3)^2 - 9 + 5)$

$P = (x-1)((x+3)^2 - 2^2)$

$P = (x-1)(x+3-2)(x+3+2)$

$\boxed{P = (x-1)(x+1)(x+5)}$

VI Déterminer $x+y$

Par (H) ABCD est un carré donc le triangle ADC est isocèle rectangle en D donc d'après Pythagore, on a :

$AC^2 = AD^2 + DC^2 = 2AD^2$ donc $AC = \sqrt{2}\,AD$ donc $AC = \sqrt{2}$

De plus le carré de diagonale [OA] a pour côté x donc en appliquant le raisonnement ci-dessus, on a : $OA = \sqrt{2}\,x$

De même dans le carré de diagonale [O'C] et de côté y on a : $O'C = \sqrt{2}\,y$

Or A, O, O' et C sont alignés dans cet ordre donc :

$AC = AO + OO' + O'C$

$\sqrt{2} = \sqrt{2}x + (x+y) + \sqrt{2}y$

$\sqrt{2} = \sqrt{2}(x+y) + (x+y)$

$\sqrt{2} = (1+\sqrt{2})(x+y)$

donc $x+y = \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$

$x+y = \frac{\sqrt{2}(1-\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}$

$x+y = \frac{\sqrt{2}-2}{1-2}$

$\boxed{x+y = 2-\sqrt{2}}$