Devoir N°2 de maths – 2h

Exercice 1  
a) Soit http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?A=2%5Ctimes%20%5Cfrac%7B%5Csqrt%7B100-64%7D%7D%7B%5Csqrt%7B30%7D%7D%5Ctimes%20%5Csqrt%7B%5Cfrac%7B425%7D%7B102%7D%7D; écrire http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?A sous la forme http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?a%5Csqrt%20b, avec http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?b entier le plus petit possible.  
b) Soit http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?B=%5Cfrac%7B%28-16%29%5E2%5Ctimes%20%288%5E2%29%5E%7B-3%7D%7D%7B-32%5E%7B-2%7D%7D; en utilisant des puissances de http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?2, calculer http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?B.

Exercice 2  
Soit http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?nun entier naturel et http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?N le nombre défini par http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?N=n%28n+1%29%28n+2%29%28n+3%29+1.  
1°) Calculer http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?Npour http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?n=0, pour http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?n=1 et pour http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?n=2.  
Vérifier dans chacun des cas, http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?Nest un carré parfait, c'est-à-dire le carré d'un entier naturel.  
2°) Le but de cette question est donc de démontrer que pour tout entier naturel http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?n, http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?Nest un carré parfait.  
a) Montrer que : http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?%28n+1%29%28n+2%29=n%28n+3%29+2.  
b) On pose : http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?x=n%28n+3%29. Exprimer http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?Nen fonction de http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?xseulement et en déduire que http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?Nest bien un carré parfait.  
3°) Déduire de la question précédente de quel nombre http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?N=2000%5Ctimes%202001%20%5Ctimes%202002%20%5Ctimes%202003+1 est le carré.

Exercice 3  
Le réel http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?%5Cphi=%5Cfrac%7B1+%5Csqrt%205%7D%7B2%7Dest appelé nombre d'or. http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?%5Cphi est une lettre grecque nommée "phi".  
1°) Calculer http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?%5Cphi%20-%201 puis http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?%5Cfrac%7B1%7D%7B%5Cphi%7D sans radical au dénominateur.  
2°) En déduire que : http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?%5Cphi%5E2=%5Cphi+1.  
3°) En déduire http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?%5Cphi%5E3 en fonction de http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?%5Cphi sous la forme http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?a%5Cphi+b, où http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?a et http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?b sont deux entiers à déterminer.  
4°) En déduire http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?%5Cphi%5E4et http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?%5Cphi%5E5en fonction de http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?%5Cphi. Donner l'expression numérique de http://latex.ilemaths.net/ile_TEX.cgi?%5Cphi%5E5.