

3. La variable aléatoire $Y = X + \alpha$ a une espérance nulle lorsque le nombre réel α prend la valeur :

- a) 0 ; **b) -1,9 ;** c) 1,9.

Exercice 3 (7 points) :

La probabilité d'obtenir chacune des faces d'un dé truqué est donnée par le tableau suivant :

Face	1	2	3	4	5	6
Probabilité	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$

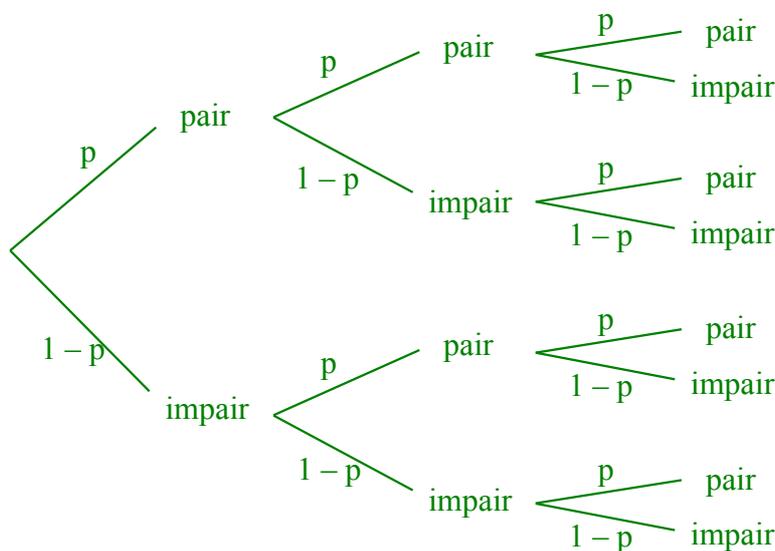
1. Quel est la probabilité d'obtenir une face paire lorsqu'on lance le dé une fois ?

Soit p la probabilité cherchée. On a $p = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$. (1)

2. On lance le dé trois fois de suite.

On peut représenter cette expérience à l'aide de l'arbre suivant :

(2)



3. Calculer la probabilité d'obtenir :

a) trois faces paires ;

$$p_1 = p^3 = \left(\frac{5}{12}\right)^3 \quad (0,5)$$

b) une face paire suivie de deux faces impaires ;

$$p_2 = (1-p)p^2 = \frac{7}{12} \left(\frac{5}{12}\right)^2 \quad (0,5)$$

c) une face paire et deux faces impaires ;

$$p_3 = 3(1-p)p^2 = \frac{7}{4} \left(\frac{5}{12}\right)^2 \quad (1)$$

d) Au moins une face paire.

Soit p_5 la probabilité de n'obtenir aucune face paire. $p_5 = (1-p)^3 = \left(\frac{7}{12}\right)^3$.

On obtient donc $p_4 = 1 - p_5 = 1 - \left(\frac{7}{12}\right)^3$. (2)

Bonus : (1 point)

Combien un élève qui répond totalement au hasard à l'exercice 2 peut-il espérer avoir à cet exercice ?
La réponse à une question peut être, dans ces conditions, considérée comme une expérience aléatoire.

La probabilité de donner une bonne réponse est de $\frac{1}{3}$ et celle de donner une mauvaise réponse est de $\frac{2}{3}$. Si on considère la variable aléatoire X qui à chaque issue associe le nombre de points gagnés, on obtient la loi de probabilité suivante :

X	1,5	-0,5
P(X)	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

On obtient donc une espérance de $E(X) = 1,5 \times \frac{1}{3} - 0,5 \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$.

Comme il y a 6 questions, l'élève peut espérer obtenir $6 \times \frac{1}{6}$ point.