$1S_1$: DEVOIR SURVEILLÉ N°6 (1 heure 45)

Question de cours (1 point)

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. Soit x_0 un point situé à l'intérieur de I.

On dit que la fonction f est dérivable en x_0 si :

....

Exercice 1 (9 points)

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - 60x^2 + 450x$.

   On note C_f sa représentation graphique dans un repère orthogonal.

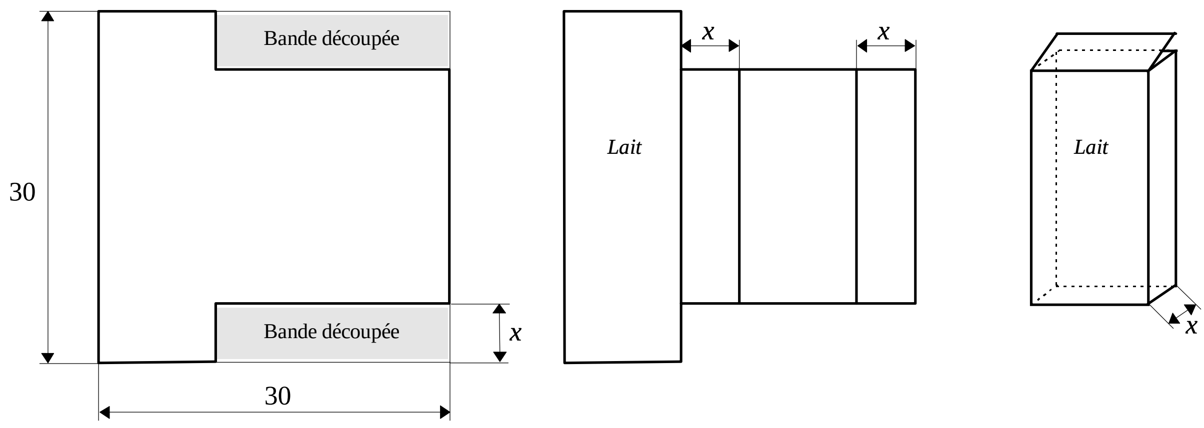
   a) Calculer la dérivée f' et étudier son signe. Dresser le tableau de variations de f sur $[0 ; 20]$. 3

   b) Déterminer une équation de la tangente Δ à C_f au point d'abscisse $x_0 = 0$. 1

   c) Déterminer, par calcul, les coordonnées des points d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses. 1

   d) Tracer Δ et C_f pour $x \in [0 ; 20]$. 2

2. Un fabriquant envisage la production de briques de lait en carton. Au départ, il dispose d'une feuille carrée en carton dans laquelle on a retiré deux bandes de même largeur.



   Le côté de la feuille carrée mesure 30 cm et on désigne par x la mesure (en centimètres) de la largeur des bandes découpées. On suppose que $0 < x < 15$.

   a) Démontrer que le volume (en cm^3) de la boîte est $V(x) = 2x^3 - 60x^2 + 450x$. 1

   b) Pour quelle valeur de x le volume $V(x)$ est–il maximal ? Préciser la valeur de ce volume maximal en litres. 1

<u>Exercice 2</u> (8 points)

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$$

On note C_f sa représentation graphique dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f. 2
2. Étudier les limites de f en 4 et en $+\infty$. 1
3. Étude de la fonction f sur $[4 ; +\infty[$.
   a) Étudier la dérivabilité de la fonction f au point d'abscisse $x_0 = 4$. 2
   b) Calculer la dérivée f' (pour $x > 4$). Établir le tableau de variations de f sur l'intervalle $[4 ; +\infty[$. 2
   c) Tracer la courbe C_f représentant f sur l'intervalle $[4 ; 10]$. 1

<u>Exercice 3</u> (2 points)

Sur le graphique ci-dessous sont représentées la courbe C_f de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \left(1 - \frac{x}{2}\right)^4$$

ainsi que la tangente T à C_f au point d'abscisse $x_0 = 4$.

1. Donner, par lecture graphique, et sans justifications, la valeur du nombre $f'(4)$. 0.5
2. Déterminer, à l'aide du calcul de la dérivée de f, la valeur du nombre $f'(3)$. 1.5