Enoncé

Mettre sous forme canonique

$$P_1(x) = 2x^2 + 8x - 2 \qquad P_2(x) = x^2 + 3x + 1$$

$$P_3(x) = -x^2 + 2x + 5 \qquad P_4(x) = 3x^2 + x - 4$$

Mettre sous forme canonique

$$P_1(x) = 2x^2 + 8x - 2$$

Réponse

on a	$P_1(x) = 2x^2 + 8x - 2$
donc	$P_1(x) = 2(x^2 + 4x - 1)$
donc	$P_1(x) = 2(x^2 + 4x + 4 - 4 - 1)$
donc	$P_1(x) = 2((x + 2)^2 - 5)$
d'où	$P_1(x) = 2(x + 2)^2 - 10$

Commentaire

Le minimum de la fonction P_1 vaut -10 atteint en -2.

Mettre sous forme canonique

$$P_2(x) = x^2 + 3x + 1$$

Réponse

on a $\quad P_2(x) = x^2 + 3x + 1$

donc $\quad P_2(x) = x^2 + 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} + 1$

d'où $\quad P_2(x) = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$

Commentaire

Le maximum de la fonction P_2 vaut $-\frac{5}{4}$ atteint en $-\frac{3}{2}$.

Mettre sous forme canonique

$$P_3(x) = -x^2 + 2x + 5$$

Réponse

on a	$P_3(x) = -\, x^2 + 2x + 5$
donc	$P_3(x) = -\, (x^2 - 2x - 5)$
donc	$P_3(x) = -(x^2 - 2x + 1 - 1 - 5)$
donc	$P_3(x) = -((x-1)^2 - 6)$
d'où	$P_3(x) = -(x-1)^2 + 6$

Commentaire

Le maximum de la fonction P_3 vaut 6 atteint en 1.

Mettre sous forme canonique

$$P_4(x) = 3x^2 + x - 4$$

Réponse

on a $\quad P_4(x) = 3x^2 + x - 4$

donc $\quad P_4(x) = 3\left(x^2 + \frac{1}{3}\,x - \frac{4}{3}\right)$

donc $\quad P_4(x) = 3\left(x^2 + \frac{1}{3}\,x + \frac{1}{36} - \frac{1}{36} - \frac{4}{3}\right)$

donc $\quad P_4(x) = 3\left(\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{49}{36}\right)$

d'où $\quad P_4(x) = 3\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{49}{12}$

Commentaire

Le minimum de la fonction P_4 vaut $-\frac{49}{12}$ atteint en $-\frac{1}{6}$.

Enoncé

Résoudre chacune des équations

$$(E_1) \quad 2x^2 - 12x + 18 = 0 \qquad\qquad (E_2) \quad x^2 - x + 6 = 0$$

$$(E_3) \quad 3x^2 + 4x - 1 = 0 \qquad\qquad (E_4) \quad 2x^2 - x + 1 = 0$$

Enoncé

Résoudre $\quad (E_1) \quad 2x^2 - 12x + 18 = 0.$

Factorisation

$$\begin{aligned}
\text{on a} \quad (E_1) &\iff & 2x^2 - 12x + 18 &= 0 \\
\text{donc} \quad (E_1) &\iff & x^2 - 6x + 9 &= 0 \\
\text{donc} \quad (E_1) &\iff & (x-3)^2 &= 0
\end{aligned}$$

Résolution de l'équation

Cette équation admet une solution double : $\quad \mathscr{S} = \{3\}$

Enoncé

Résoudre $\quad (E_2) \quad x^2 - x + 6 = 0$

Calcul du discriminant

on a
$$\begin{aligned}\Delta &= (-1)^2 - 4 \times 1 \times 6\\ \Delta &= 1 - 24\\ \Delta &= -23\end{aligned}$$

Racines du polynôme

Le discriminant est strictement négatif, donc le polynôme n'admet pas de racine réelle.

Résolution de l'équation

Il n'y a pas de solution réelle à cette équation.

Enoncé

Résoudre $\quad (E_3) \quad 3x^2 + 4x - 1 = 0.$

Calcul du discriminant

on a $\quad \Delta = 4^2 - 4 \times 3 \times (-1)$

$\Delta = 16 + 12$

$\Delta = 28$

d'où $\quad \Delta = (2\sqrt{7})^2$

Racines du polynôme

Le polynôme admet donc deux solutions réelles distinctes qui sont

$$x_1 = \frac{-4 - 2\sqrt{7}}{6} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-4 + 2\sqrt{7}}{6}$$

donc

$$x_1 = \frac{-2 - \sqrt{7}}{3} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-2 + \sqrt{7}}{3}$$

Résolution de l'équation

Cette équation admet une solution double : $\quad \mathscr{S} = \left\{ \frac{-2 - \sqrt{7}}{3}; \frac{-2 + \sqrt{7}}{3} \right\}$

Enoncé

Résoudre $\quad (E_4) \quad 2x^2 - x + 1 = 0$

Calcul du discriminant

on a
$$\begin{aligned} \Delta &= (-1)^2 - 4 \times 2 \times 1 \\ \Delta &= 1 - 8 \\ \Delta &= -7 \end{aligned}$$

Racines du polynôme

Le discriminant est strictement négatif, donc le polynôme n'admet pas de racine réelle.

Résolution de l'équation

Il n'y a pas de solution réelle à cette équation.

Enoncé

On considère la fonction trinôme $f : x \longmapsto 2x^2 + 4x - 1$ définie sur $\mathbb{R}$.

1. Déterminer la forme factorisée de f.
2. Déterminer la forme canonique de f.
3. Tracer la courbe $\mathscr{P}$ représentative de f dans un repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Forme factorisée

Cherchons les racines du polynôme du second degré $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$

Calcul du discriminant

on a $\Delta = 4^2 - 4 \times 2 \times (-1)$

$\Delta = 16 + 8$

$\Delta = 24$

d'où $\Delta = \left(2\sqrt{6}\right)^2$

Racines du polynôme

Le polynôme admet donc deux solutions réelles distinctes qui sont

$$x_1 = \frac{-4 - 2\sqrt{6}}{4} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-4 + 2\sqrt{6}}{4}$$

après simplification,

$$x_1 = \frac{-2 - \sqrt{6}}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-2 + \sqrt{6}}{2}$$

Conclusion

on peut affirmer que $f(x) = 2(x - x_1)(x - x_2)$

Forme canonique

Cherchons la forme canonique du polynôme du second degré $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$

Forme canonique

Cherchons la forme canonique du polynôme du second degré $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$

Réponse

$$\begin{array}{ll}
\text{on a} & f(x) = 2x^2 + 4x - 1 \\
\text{donc} & f(x) = 2\left(x^2 + 2x - \frac{1}{2}\right) \\
\text{donc} & f(x) = 2\ \left(x^2 + 2x + 1 - 1 - \frac{1}{2}\right) \\
\text{donc} & f(x) = 2\ \left((x+1)^2 - \frac{3}{2}\right) \\
\text{d'où} & f(x) = 2(x+1)^2 - 3
\end{array}$$

Conclusion

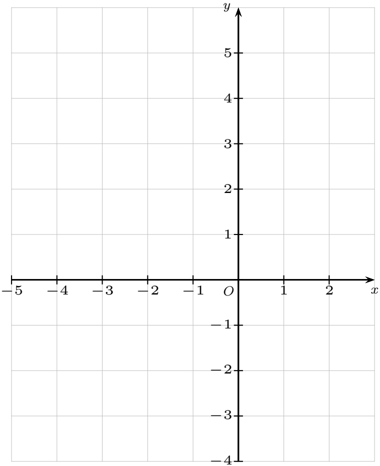
Le minimum de la fonction f vaut -3 atteint en -1.

Forme développée

on sait que : $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$

Forme développée

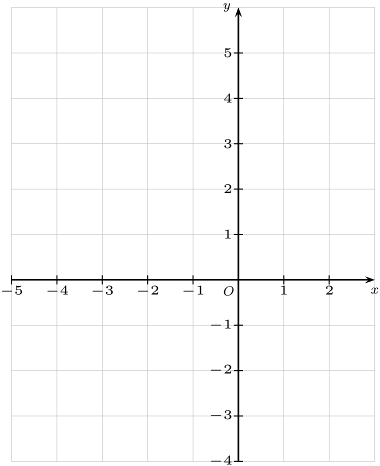
on sait que : $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$



- la fonction f est un polynôme du second degré

Forme développée

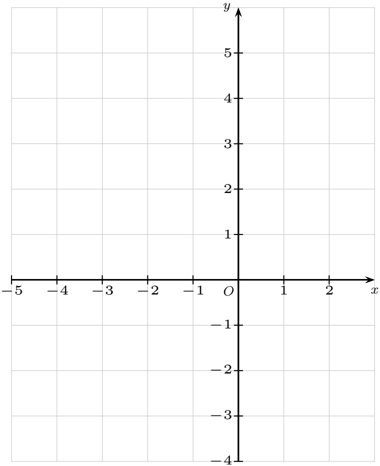
on sait que : $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$



- la fonction f est un polynôme du second degré donc, sa courbe représentative est une parabole

Forme développée

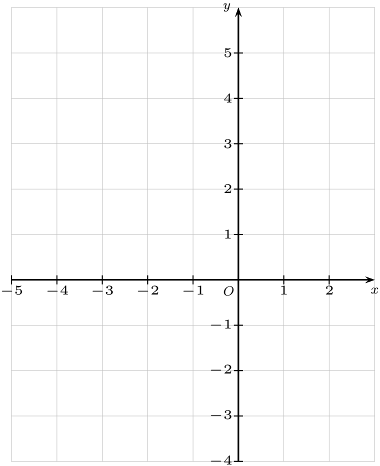
on sait que : $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$



- la fonction f est un polynôme du second degré donc, sa courbe représentative est une parabole
- le cœfficient du monône de plus haut degré est positif, car il vaut 2

Forme développée

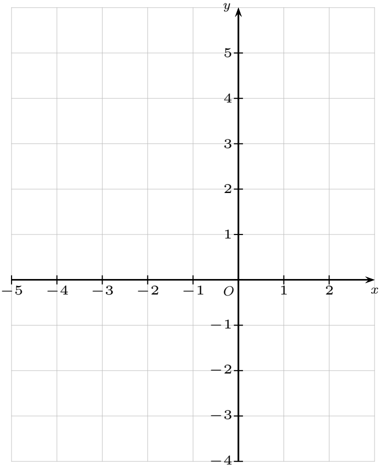
on sait que : $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$



- la fonction f est un polynôme du second degré donc, sa courbe représentative est une parabole
- le cœfficient du monône de plus haut degré est positif, car il vaut 2
  donc, la parabole est "tournée vers le haut"

Forme développée

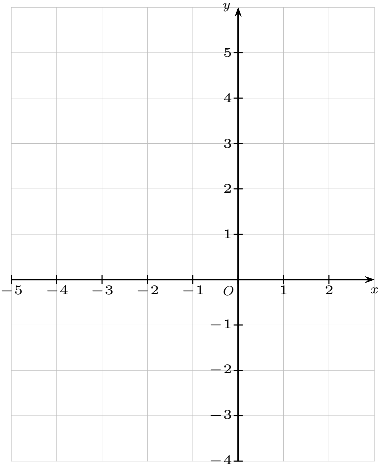
on sait que : $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$



- la fonction f est un polynôme du second degré donc, sa courbe représentative est une parabole
- le cœfficient du monône de plus haut degré est positif, car il vaut 2
  donc, la parabole est "tournée vers le haut"
- $f(0) = -1$

Forme développée

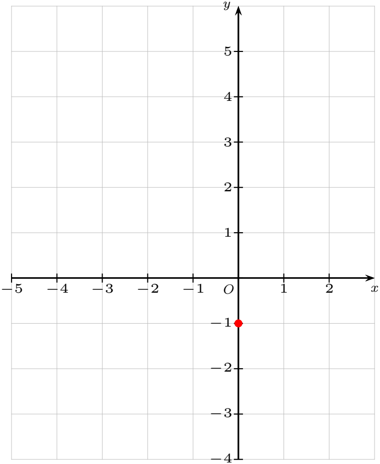
on sait que : $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$



- la fonction f est un polynôme du second degré donc, sa courbe représentative est une parabole
- le cœfficient du monône de plus haut degré est positif, car il vaut 2
  donc, la parabole est "tournée vers le haut"
- $f(0) = -1$
  donc, la courbe coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée -1

Forme développée

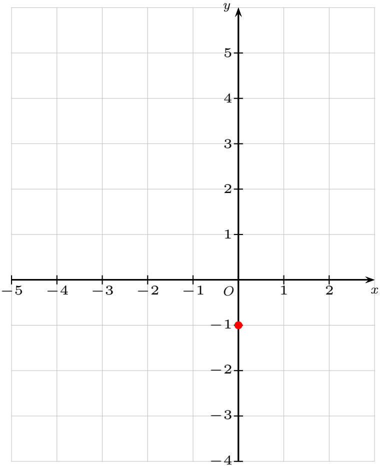
on sait que : $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$



- la fonction f est un polynôme du second degré donc, sa courbe représentative est une parabole
- le cœfficient du monône de plus haut degré est positif, car il vaut 2
  donc, la parabole est "tournée vers le haut"
- $f(0) = -1$
  donc, la courbe coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée -1

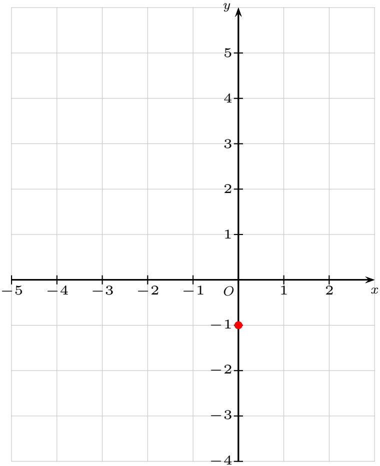
Forme canonique

on sait que : $f(x) = 2(x+1)^2 - 3$



Forme canonique

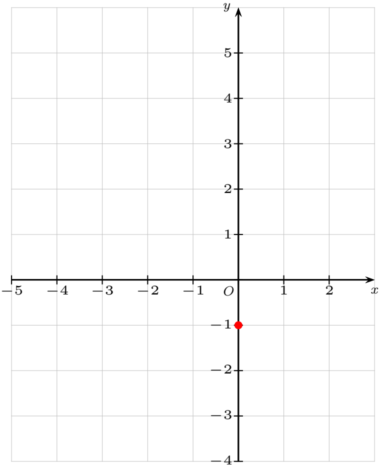
on sait que : $f(x) = 2(x+1)^2 - 3$



- pour tout réel x, $f(x) \geqslant -3$

Forme canonique

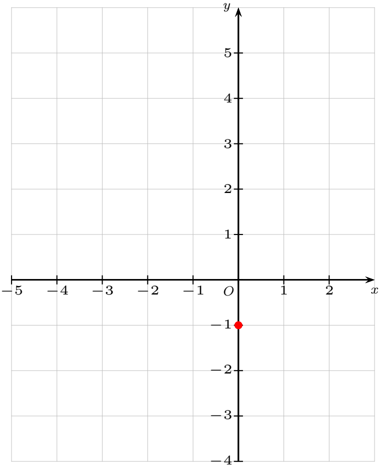
on sait que : $f(x) = 2(x+1)^2 - 3$



- pour tout réel x, $f(x) \geqslant -3$
  donc, le minimum de la fonction vaut -3

Forme canonique

on sait que : $f(x) = 2(x+1)^2 - 3$

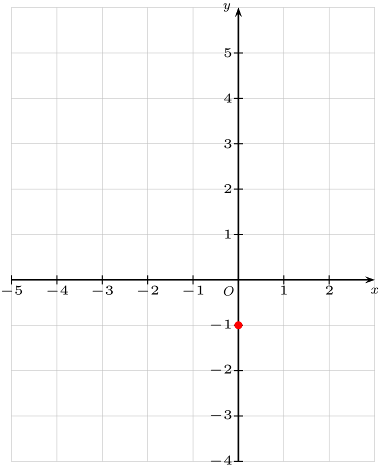


- pour tout réel x, $f(x) \geqslant -3$
  donc, le minimum de la fonction vaut -3

- $f(-1) = -3$

Forme canonique

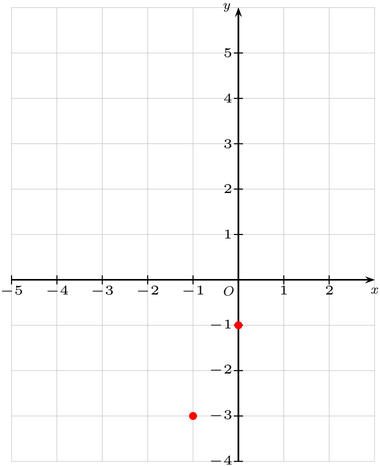
on sait que : $f(x) = 2(x+1)^2 - 3$



- pour tout réel x, $f(x) \geqslant -3$
  donc, le minimum de la fonction vaut -3
- $f(-1) = -3$
  donc, le minimun est atteint en -1

Forme canonique

on sait que : $f(x) = 2(x+1)^2 - 3$

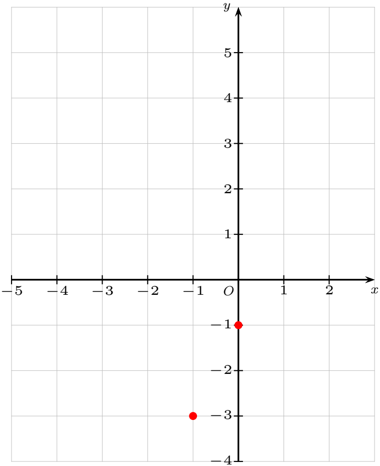


- pour tout réel x, $f(x) \geqslant -3$
  donc, le minimum de la fonction vaut -3

- $f(-1) = -3$
  donc, le minimun est atteint en -1

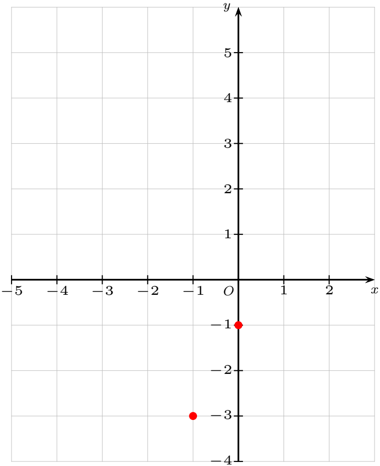
Forme factorisée

on sait que : $f(x) = 2(x - x_1)(x - x_2)$



Forme factorisée

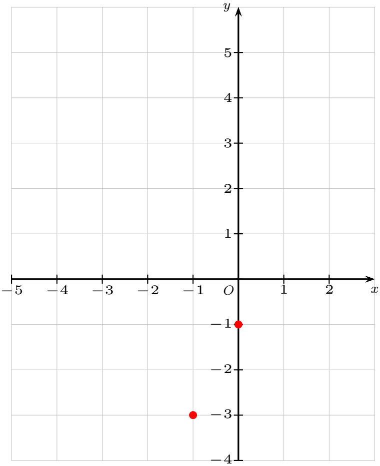
on sait que : $f(x) = 2(x - x_1)(x - x_2)$



- l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions

Forme factorisée

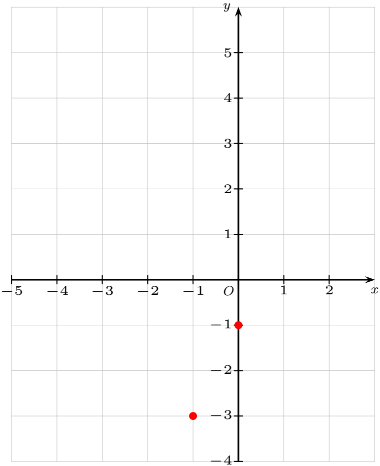
on sait que : $f(x) = 2(x - x_1)(x - x_2)$



- l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions
- 0 a donc deux antécédents qui sont x_1 et x_2

Forme factorisée

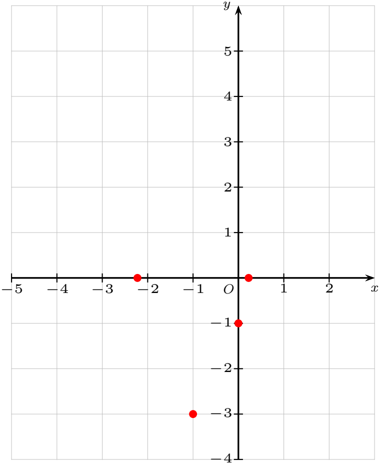
on sait que : $f(x) = 2(x - x_1)(x - x_2)$



- l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions
- 0 a donc deux antécédents qui sont x_1 et x_2
- la courbe coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisse x_1 et x_2

Forme factorisée

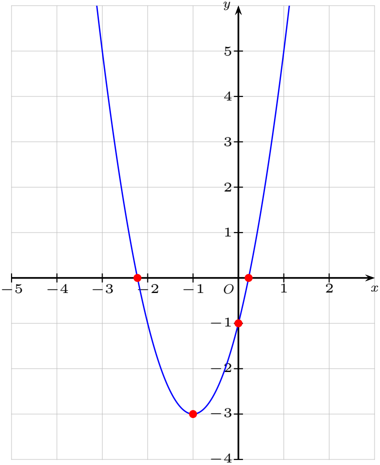
on sait que : $f(x) = 2(x - x_1)(x - x_2)$



- l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions
- 0 a donc deux antécédents qui sont x_1 et x_2
- la courbe coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisse x_1 et x_2

Forme factorisée

on sait que : $f(x) = 2(x - x_1)(x - x_2)$



- l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions
- 0 a donc deux antécédents qui sont x_1 et x_2
- la courbe coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisse x_1 et x_2

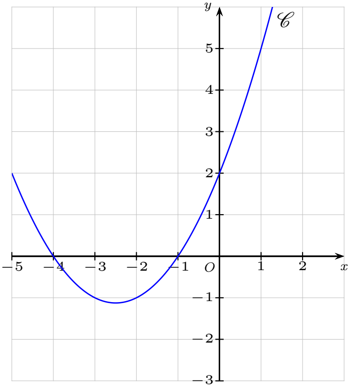
Enoncé

4. La courbe $\mathscr{C}$ tracée ci-contre représente une fonction $g : x \longmapsto ax^2 + bx + c$ (où a,b et c sont trois réels que l'on déterminera graphiquement).

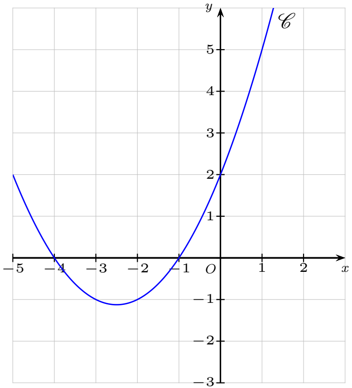
   (a) Lire graphiquement les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}$ avec les axes de coordonnées.

   (b) En déduire la forme factorisée de g, puis que $g(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{5}{2}x + 2$

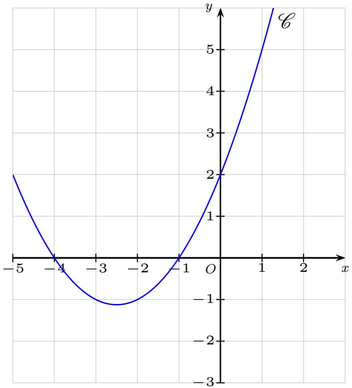
   (c) Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{P}$ et $\mathscr{C}$.



On sait que la courbe représentative ci-dessous est une parabole.

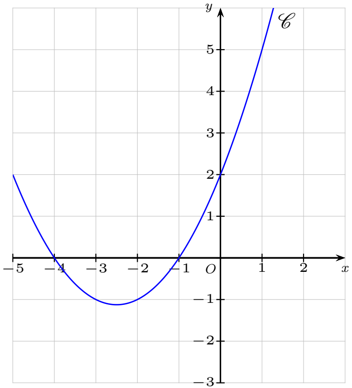


On sait que la courbe représentative ci-dessous est une parabole.



- La courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des ordonnées en 2

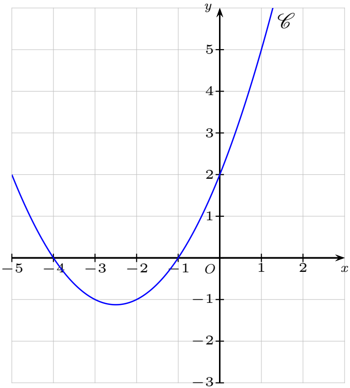
On sait que la courbe représentative ci-dessous est une parabole.



- La courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des ordonnées en 2 la forme développée de g est donc

$$g(x) = ax^2 + bx + 2$$

On sait que la courbe représentative ci-dessous est une parabole.

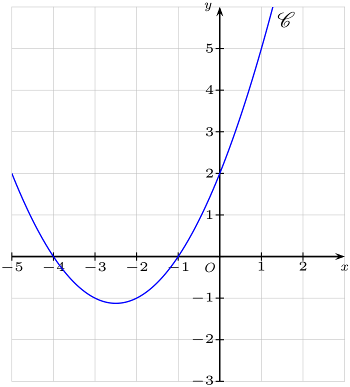


- La courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des ordonnées en 2
  la forme développée de g est donc

$$g(x) = ax^2 + bx + 2$$

- La courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des abscisses en -4 et -1

On sait que la courbe représentative ci-dessous est une parabole.



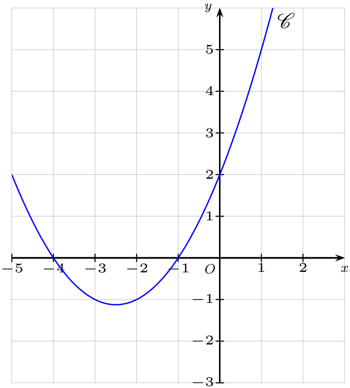
- La courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des ordonnées en 2
  la forme développée de g est donc

$$g(x) = ax^2 + bx + 2$$

- La courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des abscisses en -4 et -1
  la forme factorisée de g est donc

$$g(x) = a(x+4)(x+1)$$

On sait que la courbe représentative ci-dessous est une parabole.

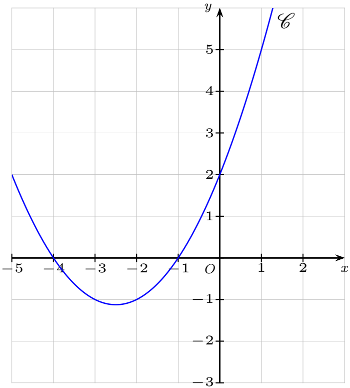


- La courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des ordonnées en 2
  la forme développée de g est donc
  $$g(x) = ax^2 + bx + 2$$

- La courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des abscisses en -4 et -1
  la forme factorisée de g est donc
  $$g(x) = a(x+4)(x+1)$$

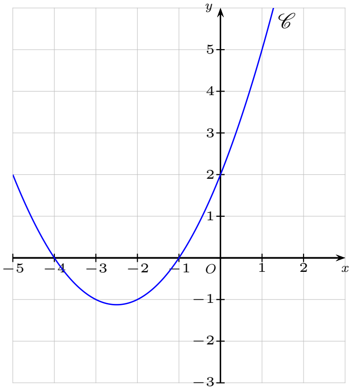
- je développe la forme factorisée et j'identifie avec la forme développée
  on a
  $$g(x) = ax^2 + 5ax + 4a$$

On sait que la courbe représentative ci-dessous est une parabole.



- La courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des ordonnées en 2
  la forme développée de g est donc
  $$g(x) = ax^2 + bx + 2$$
- La courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des abscisses en -4 et -1
  la forme factorisée de g est donc
  $$g(x) = a(x+4)(x+1)$$
- je développe la forme factorisée et j'identifie avec la forme développée
  on a
  $$g(x) = ax^2 + 5ax + 4a$$
- on trouve donc $a = \dfrac{1}{2}$

On sait que la courbe représentative ci-dessous est une parabole.



- La courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des ordonnées en 2
  la forme développée de g est donc
  $$g(x) = ax^2 + bx + 2$$
- La courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des abscisses en -4 et -1
  la forme factorisée de g est donc
  $$g(x) = a(x+4)(x+1)$$
- je développe la forme factorisée et j'identifie avec la forme développée
  on a
  $$g(x) = ax^2 + 5ax + 4a$$
- on trouve donc $a = \dfrac{1}{2}$
  et
  $$g(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x + 2$$

Résolution d'une équation du second degré

Cherchons les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{P}$ et $\mathscr{C}$

Résolution d'une équation du second degré

Cherchons les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{P}$ et $\mathscr{C}$

je résous $\quad f(x) = g(x) \qquad (E)$

Cherchons les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{P}$ et $\mathscr{C}$

je résous $\quad f(x) = g(x) \qquad (E)$

$$(E) \iff \qquad 2x^2 + 4x - 1 = \frac{1}{2}\,x^2 + \frac{5}{2}\,x + 2$$

Résolution d'une équation du second degré

Cherchons les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{P}$ et $\mathscr{C}$

je résous $\quad f(x) = g(x) \qquad (E)$

$$(E) \iff \quad 2x^2 + 4x - 1 = \frac{1}{2}\,x^2 + \frac{5}{2}\,x + 2$$

$$(E) \iff \quad 4x^2 + 8x - 2 = x^2 + 5x + 4$$

Résolution d'une équation du second degré

Cherchons les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{P}$ et $\mathscr{C}$

je résous $f(x) = g(x)$ (E)

$$(E) \iff 2x^2 + 4x - 1 = \frac{1}{2}\,x^2 + \frac{5}{2}\,x + 2$$

$$(E) \iff 4x^2 + 8x - 2 = x^2 + 5x + 4$$

$$(E) \iff 3x^2 + 3x - 6 = 0$$

Cherchons les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{P}$ et $\mathscr{C}$

je résous $f(x) = g(x)$ (E)

$$(E) \iff 2x^2 + 4x - 1 = \frac{1}{2}\,x^2 + \frac{5}{2}\,x + 2$$

$$(E) \iff 4x^2 + 8x - 2 = x^2 + 5x + 4$$

$$(E) \iff 3x^2 + 3x - 6 = 0$$

$$(E) \iff x^2 + x - 2 = 0$$

Résolution d'une équation du second degré

Cherchons les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{P}$ et $\mathscr{C}$

je résous $\color{red}{f(x) = g(x)}$ $\color{red}{(E)}$

$$
\begin{aligned}
(E) &\iff & 2x^2 + 4x - 1 &= \frac{1}{2}\,x^2 + \frac{5}{2}\,x + 2 \\
(E) &\iff & 4x^2 + 8x - 2 &= x^2 + 5x + 4 \\
(E) &\iff & 3x^2 + 3x - 6 &= 0 \\
(E) &\iff & x^2 + x - 2 &= 0 \\
(E) &\iff & (x-1)(x+2) &= 0
\end{aligned}
$$

Résolution d'une équation du second degré

Cherchons les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{P}$ et $\mathscr{C}$

je résous $\quad f(x) = g(x) \qquad (E)$

$$(E) \iff \quad 2x^2 + 4x - 1 = \frac{1}{2}\,x^2 + \frac{5}{2}\,x + 2$$

$$(E) \iff \quad 4x^2 + 8x - 2 = x^2 + 5x + 4$$

$$(E) \iff \quad 3x^2 + 3x - 6 = 0$$

$$(E) \iff \quad x^2 + x - 2 = 0$$

$$(E) \iff \quad (x-1)(x+2) = 0$$

car

1 est une racine évidente

Résolution d'une équation du second degré

Cherchons les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{P}$ et $\mathscr{C}$

je résous $f(x) = g(x) \qquad (E)$

$$
\begin{aligned}
(E) \iff & \quad 2x^2 + 4x - 1 = \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x + 2 \\
(E) \iff & \quad 4x^2 + 8x - 2 = x^2 + 5x + 4 \\
(E) \iff & \quad 3x^2 + 3x - 6 = 0 \\
(E) \iff & \quad x^2 + x - 2 = 0 \\
(E) \iff & \quad (x-1)(x+2) = 0
\end{aligned}
$$

car

1 est une racine évidente

conclusion

les courbes $\mathscr{P}$ et $\mathscr{C}$ se coupent aux points d'abscisses -2 et 1