Factorisations

Énoncés

Disponible sur http://www.mathweb.fr

A Exercices d'application du cours

R Exercices de réflexion

Exercice & corrigé relus avec attention pour éviter les erreurs

2 septembre 2016

Exercice 1. Avec facteur commun évident

★☆☆☆☆ A

Corrigé page 17

(Source : sec-fact-01)

Factoriser chacune des expressions suivantes sachant qu'elles sont toutes de **type 1**, à savoir que le facteur commun est explicite dans chaque terme.

1 $A = (2x+1)(x+3) - 2(x+3)(5x+6)$

2 $B = (x-4)(2x+9) + 3(x-4)(7x+3)$

3 $C = (3x-1)(5x+2) - (5x+2)(9x+8)$

Exercice 2. En faisant apparaître le facteur commun

★★★☆☆ A

Corrigé page 17

(Source : sec-fact-02)

Factoriser chacune des expressions suivantes sachant qu'elles sont toutes de **type 2**, à savoir que le facteur commun n'est pas explicite dans chaque terme mais que l'on peut le faire apparaître sans l'aide d'une identité remarquable.

1 $D = (9x+6)(4x+1) + (3x+2)(1-4x)$

2 $E = (2x+3)(5x-10) - 3(x-2)(5x+9)$

3 $F = (3x-1)(2x+7) - 4(1-3x)(7-2x)$

Exercice 3. À l'aide des identités remarquables

★★★★☆ A

Corrigé page 18

(Source : sec-fact-03)

Factoriser chacune des expressions suivantes sachant qu'elles sont toutes de **type 3**, à savoir que le facteur commun n'est pas explicite dans chaque terme mais que l'on peut le faire apparaître à l'aide d'une identité remarquable.

1 $G = 9x^2 + 6x + 1 - (3x+1)(4x-1)$

2 $H = 4x^2 - 12x + 9 + (2x-3)(7x+1)$

3 $I = 25x^2 - 4 + 3(5x-2)(x+3)$

■ Exercice 4. À l'aide d'une identité remarquable

★★★★★ A

Corrigé page 18

(Source : sec-fact-04)

Factoriser chacune des expressions suivantes sachant qu'elles sont toutes de **type 4**, à savoir que le facteur commun n'est pas explicite dans chaque terme mais que l'on peut faire apparaître une identité remarquable de la forme $a^2 - b^2$ pour factoriser.

1. $J = (9x + 18)(x + 2) - (4x + 20)(x + 5)$
2. $K = 2(2x + 3)(4x + 6) - 3(3x + 2)(9x + 6)$
3. $L = 7(7x + 1)(49x + 7) + (1 - 4x)(16x - 4)$

Corrigés

2 septembre 2016

■ Corrigé de l'exercice 1.

$A = (2x+1)(x+3) - 2(x+3)(5x+6)$

$= (x+3)[(2x+1) - 2(5x+6)]$ le facteur commun est $(x+3)$

$= (x+3)(2x+1-10x-12)$ on enlève les parenthèses dans les crochets en multipliant par -2 le $5x$ et le 6

$= (x+3)(-8x-11)$ on réduit l'expression dans la deuxième paire de parenthèses

$\underline{= -(x+3)(8x+11)}$ on met en facteur « -1 » pour la lisibilité

$B = (x-4)(2x+9) + 3(x-4)(7x+3)$

$= (x-4)[(2x+9) + 3(7x+3)]$ le facteur commun est $(x-4)$

$= (x-4)(2x+9+21x+9)$ on enlève les parenthèses dans les crochets en multipliant par 3 le $7x$ et le 3

$\underline{= (x-4)(23x+18)}$ on réduit l'expression dans la deuxième paire de parenthèses

$C = (3x-1)(5x+2) - (5x+2)(9x+8)$

$= (5x+2)[(3x-1) - (9x+8)]$ le facteur commun est $(5x+2)$

$= (5x+2)(3x-1-9x-8)$ on enlève les parenthèses dans les crochets en multipliant par -1 le $9x$ et le 8

$= (5x+2)(-6x-9)$ on réduit l'expression dans la deuxième paire de parenthèses

$\underline{= -3(5x+2)(2x+3)}$ on factorise par -2 ce qu'il y a dans la deuxième paire de parenthèses

■ Corrigé de l'exercice 2.

$D = (9x+6)(4x+1) + (3x+2)(1-4x)$

$= \underline{3(3x+2)}(4x+1) + \underline{(3x+2)}(1-4x)$ on factorise $(9x+6)$ par 3 pour faire apparaître $(3x+2)$, qui est dans la deuxième partie

$= (3x+2)[3(4x+1) + (1-4x)]$ on factorise par $(3x+2)$

$= (3x+2)(12x+3+1-4x)$ on enlève les parenthèses dans les crochets

$= (3x+2)(8x+4)$ on réduit l'expression dans la seconde paire de parenthèses

$\underline{= 4(3x+2)(2x+1)}$ on factorise par 4 dans le deuxième facteur

$E = (2x+3)(5x-10) - 3(x-2)(5x+9)$

$= 5(x-2)(2x+3) - 3(x-2)(5x+9)$ on factorise $(5x-10)$ par 5 pour faire apparaître $(x-2)$, qui est dans la deuxième partie

$= (x-2)[5(2x+3) - 3(5x+9)]$ on factorise par $(x-2)$

$= (x-2)(10x+15-15x-27)$ on enlève les parenthèses dans les crochets

$= (x-2)(-5x-12)$ on réduit l'expression dans le second facteur

$= -(x-2)(5x+12)$ on factorise par -1 dans le deuxième facteur

$F = (3x-1)(2x+7) - 4(1-3x)(7-2x)$

$= (3x-1)(2x+7) + 4(3x-1)(7-2x)$ on factorise $(1-3x)$ par (-1) pour faire apparaître $(3x-1)$, qui est dans la première partie

$= (3x-1)[(2x+7) + 4(7-2x)]$ on factorise par $(3x-1)$

$= (3x-1)(2x+7+28-8x)$ on enlève les parenthèses dans les crochets

$= (3x-1)(-6x+35)$ on réduit l'expression dans le second facteur

■ Corrigé de l'exercice 3.

$G = 9x^2 + 6x + 1 - (3x+1)(4x-1)$

$= (3x+1)^2 - (3x+1)(4x-1)$ on veut que $9x^2+6x+1$ soit une identité remarquable de la forme $(a+b)^2$, donc il faut que $9x^2 = a^2$ et que $1 = b^2$
donc $a = 3x$ et $b = 1$

$= (3x+1)[(3x+1) - (4x-1)]$ on factorise par $(3x+1)$

$= (3x+1)(3x+1-4x+1)$ on enlève les parenthèses dans les crochets

$= (3x+1)(-x+2)$ on réduit l'expression dans le second facteur

$H = 4x^2 - 12x + 9 + (2x-3)(7x+1)$

$= (2x-3)^2 + (2x-3)(7x+1)$ il faut que $4x^2 = a^2$ et $9 = b^2$, donc $a = 2x$ et $b = 3$

$= (2x-3)(2x-3+7x+1)$

$= (2x-3)(9x+2)$

$I = 25x^2 - 4 + 3(5x-2)(x+3)$

$= (5x)^2 - 2^2 + 3(5x-2)(x+3)$ on fait apparaître une expression de la forme $a^2 - b^2$

$= (5x-2)(5x+2) + 3(5x-2)(x+3)$ on factorise $a^2 - b^2$ en $(a-b)(a+b)$

$= (5x-2)[5x+2+3(x+3)]$

$= (5x-2)(5x+2+3x+9)]$

$= (5x-2)(8x+11)$

■ Corrigé de l'exercice 4.

$J = (9x+18)(x+2) - (4x+20)(x+5)$

$= 9(x+2)(x+2) - 4(x+5)(x+5)$

$= [3(x+2)]^2 - [2(x+5)]^2$ on fait apparaître $a^2 - b^2$, avec $a = 3(x+2)$ et $b = 2(x+5)$

$= [3(x+2) - 2(x+5)][3(x+2) + 2(x+5)]$

$= (3x+6-2x-10)(3x+6+2x+10)$ on développe dans les crochets

$= (x-4)(5x+16)$

$$
\begin{aligned}
K &= 2(2x+3)(4x+6) - 3(3x+2)(9x+6) \\
&= 2(2x+3) \times 2(2x+3) - 3(3x+2) \times 3(3x+2) \\
&= [2(2x+3)]^2 - [3(3x+2)]^2 && \text{on fait apparaître } a^2 - b^2 \\
&= [2(2x+3) - 3(3x+2)][2(2x+3) + 3(3x+2)] \\
&= (4x+6-9x-6)(4x+6+9x+6) && \text{on développe dans les crochets} \\
&= \underline{-5x(13x+12)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
L &= 7(7x+1)(49x+7) + (1-4x)(16x-4) \\
&= 7(7x+1) \times 7(7x+1) - (4x-1) \times 4(4x-1) \\
&= [7(7x+1)]^2 - [2(4x-1)]^2 && \text{on fait apparaître } a^2 - b^2 \\
&= [7(7x+1) - 2(4x-1)][7(7x+1) + 2(4x-1)] \\
&= (49x+7-8x+2)(49x+7+8x-2) && \text{on développe dans les crochets} \\
&= \underline{(41x+9)(57x+5)}
\end{aligned}
$$