Exercice 3 : (4)

On considère la fonction $g(x)=7-\dfrac{1}{3-2x}$ définie sur ℝ-{1,5}

1°) Déterminer, en utilisant les inégalités, le sens de variations de la fonction g sur] 1,5; $+\infty$ [.

2°) Démontrer que g est une fonction homographique.

3°) Question indépendante des précédentes
On considère les fonctions h définie sur ℝ par $h(x)=5-7x$ et k telle que $k(x)=\dfrac{2(5-7x)}{3-2x}$, déterminer par les calcul les coordonnées des points d'intersections de C_k et de C_h (courbes représentatives de chacune des fonctions).

Exercice 3 : (3+2 bonus)

On considère la fonction $g(x)=7-\dfrac{1}{3-2x}$ définie sur ℝ-{1,5}

1°) Si 1,5<u<v (1)

-3>-2u>-2v

0>3-2u>3-2v

$\dfrac{1}{3-2u}<\dfrac{1}{3-2v}$ (car la fonction inverse est décroissante sur ℝ$^-$)

$-\dfrac{1}{3-2u}>-\dfrac{1}{3-2v}$ (multiplication par un négatif)

$7-\dfrac{1}{3-2u}>7-\dfrac{1}{3-2v}$

g(u)>g(v) (2). D'après (1) et (2), g est décroissante sur $]1{,}5;+\infty[$

2°) $7-\dfrac{1}{3-2x}=\dfrac{7(3-2x)-1}{3-2x}=\dfrac{-14x+20}{3-2x}$ donc g est un quotient de deux fonctions affines, donc g est une fonction homographique.

3°) On veut résoudre $k(x)=h(x)$ donc

$\dfrac{2(5-7x)}{3-2x}$ -(5-7x)=0 ⇔ $\dfrac{2(5-7x)-(3-2x)(5-7x)}{3-2x}=0$

⇔ $\dfrac{(5-7x)[2-3+2x]}{3-2x}=0$ ⇔ $\dfrac{(5-7x)(2x-1)}{3-2x}=0$

Or $\dfrac{A}{B}=0$ ⇔ A=0 et B ≠ 0

d'où 5-7x=0 ⇔ $x=\dfrac{5}{7}$ ou $2x-1=0$ ⇔ $x=\dfrac{1}{2}$

On a alors $h(\frac{5}{7})=g(\frac{5}{7})=0$ et h(0,5)=g(0,5)=1,5

Les points ont pour coordonnées $(\frac{5}{7};0)$ et (0,5;1,5)