

Cours de Maths COLLEGE

	Niveaux	Page
A1 Nombres décimaux		5
↳ Entraîne-toi à		
Déterminer un ordre de grandeur	1	7
Respecter les priorités de calculs	1 2	7
Calculer des écritures fractionnaires	1	7
A2 Nombres relatifs		15
↳ Entraîne-toi à		
Comparer des nombres relatifs	1	19
Additionner deux nombres relatifs	1	19
Effectuer une soustraction de nombres relatifs	1	20
Effectuer une suite d'additions et de soustractions	2	20
Simplification d'écriture d'une suite d'additions	1	20
Multiplier deux nombres relatifs	2	21
Multiplier plusieurs nombres relatifs	2	21
Diviser deux nombres relatifs	2	21
Calculer une expression	2	21
A3 Nombres rationnels		35
↳ Entraîne-toi à		
Déterminer un quotient	1	39
Déterminer deux fractions égales	1 2	40
Simplifier une fraction	1 2	40
Comparer deux nombres en écriture fractionnaire	1 2	40
Additionner deux nombres en écriture fractionnaire	1 2	41
Multiplier deux nombres en écriture fractionnaire	1 2	41
Diviser deux nombres en écriture fractionnaire	3	42
A4 Puissances		55
↳ Entraîne-toi à		
Utiliser les puissances d'exposant positif	2	57
Utiliser les puissances d'exposant négatif	2	57
Déterminer le signe d'une puissance	2	58
Calculer une expression avec des puissances	2	58
Écrire un nombre en utilisant les puissances de 10	2	58
Calculer avec les puissances de 10	2	59
Écrire un nombre en utilisant la notation scientifique	2	59
Comparer deux nombres en notation scientifique	2	60
Calculer avec des nombres en notation scientifique	2	60
A5 Nombres entiers		69
↳ Entraîne-toi à		
Effectuer une division euclidienne	3	72
Effectuer une décomposition en facteurs premiers	3	73
Rendre une fraction irréductible	3	73
A6 Le rôle de la lettre et du signe égal		83
↳ Entraîne-toi à		
Exprimer en fonction de x	1	86
Utiliser les conventions d'écriture	1	86
Réduire une somme algébrique	1	87
Supprimer des parenthèses	2	87
Substituer une lettre par une valeur	1 2	87
Choisir la forme la plus judicieuse	2	88
Tester une égalité ou une inégalité	1	88
Vérifier si un nombre est solution d'équation ou d'inéquation	2 3	88

	Niveaux	Page
A7 Calcul littéral		99
↳ Entraîne-toi à		
Factoriser une expression	1 2 3	101
Réduire une somme en factorisant	2	101
Développer une expression	1 2	102
Développer avec la double distributivité	1 2	102
Factoriser avec les identités remarquables	3	103
Développer avec les identités remarquables	3	103
A8 Équation, inéquation		113
↳ Entraîne-toi à		
Résoudre une équation	1 2	116
Résoudre une équation produit	3	117
Résoudre une inéquation	3	118
Résoudre un problème	2 3	118
B1 Proportionnalité		129
↳ Entraîne-toi à		
Reconnaître deux grandeurs proportionnelles liées par une formule	1	132
Reconnaître un tableau de proportionnalité	1	132
Reconnaître un graphique représentant une situation de proportionnalité	2	133
Utiliser un pourcentage	1	134
Calculer un pourcentage	2	134
Utiliser et calculer un taux	3	135
Utiliser ou calculer une échelle	1	135
B2 Statistique et probabilité		149
↳ Entraîne-toi à		
Calculer une fréquence	1	154
Calculer la moyenne d'une série statistique	1 2	156
Calculer une médiane ou l'étendue d'une série statistique	1 2	157
Calculer une probabilité	1	158
B3 Fonctions		173
↳ Entraîne-toi à		
Déterminer une fonction	3	177
Déterminer une image à partir d'une expression littérale	3	177
Reconnaître une fonction linéaire ou une fonction affine	3	178
Déterminer un antécédent à partir d'une expression littérale	3	178
Déterminer une image, un antécédent à partir d'un tableau de valeurs	3	178
Déterminer une image, un antécédent à partir d'une courbe	3	179
Construire une représentation graphique	3	179
Choisir la représentation adaptée	2 3	180
C Grandeurs et mesures		195
↳ Entraîne-toi à		
Calculer des aires	1	201
Calculer des volumes	1 2 3	202
Calculer l'aire ou le volume d'un objet agrandi ou réduit	3	203
Convertir des grandeurs composées	1 2	203
D1 Angles et triangles		227
↳ Entraîne-toi à		
Vérifier qu'un triangle est constructible	1	230
Construire un triangle	1	231
Tracer le cercle circonscrit à un triangle	1	231
Tracer une hauteur d'un triangle	1	231
Démontrer que deux droites sont parallèles	1	232
Déterminer des mesures d'angles	1	232
Utiliser la somme des mesures des trois angles d'un triangle	1	232

	Niveaux	Page
D2 Transformation et parallélogramme		247
↳ Entraîne-toi à		
Construire le symétrique d'un point	1	250
Construire un parallélogramme	1	251
Construire l'image d'un point par une rotation	2	252
Construire l'image d'un point par une translation	2	253
D3 Triangles rectangles		269
↳ Entraîne-toi à		
Calculer la longueur de l'hypoténuse	2	273
Calculer la longueur d'un des côtés de l'angle droit	2	273
Vérifier qu'un triangle est ou n'est pas rectangle	2	274
Écrire une relation trigonométrique	3	274
Calculer une longueur	3	275
Calculer la mesure d'un angle	3	275
D4 Triangles et proportionnalité		291
↳ Entraîne-toi à		
Calculer une longueur avec le théorème de Thalès	3	295
Justifier que deux droites ne sont pas parallèles	3	295
Justifier que deux droites sont parallèles	3	296
Reconnaître une réduction ou un agrandissement	3	296
Calculer des longueurs réduites ou agrandies	3	296
Construire l'image d'une figure par homothétie	3	297
D5 Repérage		313
D6 Espace		327
↳ Entraîne-toi à		
Construire une face de prisme en vraie grandeur	1	330
Construire un patron de prisme	1	330
Construire un patron de cylindre	2	331
Construire une face de pyramide en vraie grandeur	2	331
Construire le patron d'une pyramide	2	332
Construire le patron d'un cône	3	332
E Algorithmique et programmation		339
↳ Entraîne-toi à		
Écrire un algorithme	1	345
Comprendre un algorithme	1	345
Programmer un algorithme	1	346
Affecter des valeurs à des variables	1	348
Comprendre les différents types de variables	1	348
Utiliser un test « si... sinon... »	1	349
Comprendre un programme utilisant un test	1	349
Utiliser une boucle « pour »	2	350
Comprendre un programme utilisant une boucle « pour »	2	351
Utiliser une boucle « tant que »	2	352
Comprendre un programme utilisant une boucle « tant que »	2	352
Comprendre l'utilisation d'une liste	3	353
Utiliser une liste	3	354
Comprendre l'utilisation d'un tableau	3	355
Utiliser un tableau	3	355
Utiliser une fonction qui renvoie une valeur	3	357
Utiliser une procédure	3	357
Tests corrigés		368

Nombres décimaux

A1

Objectifs de cycle

- **Ordre de grandeur**
- **Calculer une expression**
- **Calculer une expression fractionnaire**

test n° 1

Niveau 1

tests n° 2 et 3

Niveau 1

test n° 4

Niveau 1

- Les quatre opérations sur les nombres décimaux sont vues au cycle 3. Des exercices sont proposés pour des séances d'accompagnement personnalisé.
- La reprise de l'étude se fait à travers les ordres de grandeurs, les différentes expressions numériques sont alors étudiées.

1) Ordre de grandeur

Définition

Un **ordre de grandeur** d'un nombre est une valeur approchée simple de ce nombre.

👉 Entraîne-toi à Déterminer un ordre de grandeur

■ **Énoncé** Détermine un ordre de grandeur de $A = 546,3 + 52$ et $B = 65,7 \times 4,1$.

Correction :

550 est proche de **546,3** et **50** est proche de **52**.

Comme $550 + 50 = 600$, la somme

$546,3 + 52$ est proche de **600**.

On dit que **600** est un ordre de grandeur de $546,3 + 52$.

65,7 est proche de **65** et **4,1** est proche de **4**.
Comme $65 \times 4 = 260$, le produit $65,7 \times 4,1$ est proche de **260**.

260 est donc un ordre de grandeur de $65,7 \times 4,1$.

» **Remarque :** Un ordre de grandeur n'est pas unique. 65,7 est proche de 65 et de 70.

2) Calculer une expression

Règle Dans une expression, on effectue

- d'abord **les calculs entre les parenthèses** les plus intérieures
- puis **les multiplications et les divisions** de gauche à droite
- et, enfin, **les additions et les soustractions** de gauche à droite.

👉 Entraîne-toi à Respecter les priorités de calculs

■ Énoncé

Calcule $A = 7 + 2 \times (5 + 7) - 5$.

Correction :

$$A = 7 + 2 \times (5 + 7) - 5$$

$$A = 7 + 2 \times 12 - 5$$

$$A = 7 + 24 - 5$$

$$A = 31 - 5$$

$$A = 26$$

■ Énoncé

Effectue le calcul suivant :

$$M = -4 - 5 \times (-2 - 6).$$

Correction :

$$M = -4 - 5 \times (-2 - 6)$$

$$M = -4 - 5 \times (-8)$$

$$M = -4 + 40$$

$$M = 36$$

3) Calculer une expression fractionnaire

Règle Dans une expression fractionnaire, on effectue :

- les **calculs au numérateur et au dénominateur**
- on **simplifie** la fraction ou on **calcule** le quotient.

👉 Entraîne-toi à Calculer des écritures fractionnaires

■ Application

$$\text{Calcule } B = \frac{13 + 5}{12 - 4}.$$

$$\text{Correction : } B = \frac{13 + 5}{12 - 4}$$

$$B = \frac{18}{8} = 2,25$$



Je me teste

Niveau 1

1 Donne un ordre de grandeur.

- a. $802 + 41,6$
- b. $96,4 \times 3,01$
- c. $1\,011 \times 5,56$

2 Recopie les expressions suivantes puis entoure le signe de l'opération à effectuer en premier lieu.

- a. $7 + 25 \times 2 - 9$
- b. $28 - (5 + 6 \times 3)$
- c. $7 \times [4 + (1 + 2) \times 5]$

3 Calcule les expressions suivantes en soulignant les calculs en cours.

- a. $18 - 3 + 5$
- b. $45 - 3 \times 7$
- c. $120 - (4 + 5 \times 7)$

4 Calcule les expressions suivantes.

a. $G = \frac{15 + 9}{5 - 2}$

b. $H = \frac{6 \times 4 + 2}{5 \times 2}$

c. $K = \frac{12 - (9 - 5)}{(7 - 5) \times 4}$

d. $L = \frac{(6 - 4) \times (7 - 2)}{8 \times 5 \div 4}$

→ Voir Corrigés p. 368

Nombres relatifs

A2

Objectifs de cycle

■ Découvrir de nouveaux nombres

Distance à zéro d'un nombre

Opposé d'un nombre

Comparer des nombres relatifs

tests n° 1, 2

Niveau 1

test n° 3

Niveau 1

tests n° 4, 5

Niveau 1

■ Additionner deux nombres relatifs

test n° 6

Niveau 1

■ Soustraire deux nombres relatifs

tests n° 7, 8

Niveau 1

■ Simplifier l'écriture d'une somme

tests n° 9, 10

Niveau 1

■ Multiplier des nombres relatifs

Multiplier deux nombres relatifs

Multiplier plusieurs nombres relatifs

test n° 11

Niveau 2

test n° 12

Niveau 2

■ Diviser deux nombres relatifs

tests n° 13, 14

Niveau 2

■ Calculer avec les quatre opérations

test n° 15

Niveau 2

- Les nombres relatifs sont introduits comme étant de nouveaux nombres permettant de rendre la soustraction toujours possible.
- Dans le chapitre D5, le repérage des nombres relatifs est introduit et peut permettre également une introduction à ces nouveaux nombres.
- La comparaison et les quatre opérations sont successivement étudiées.

1) Utiliser de nouveaux nombres

Définition

Un nombre relatif est un nombre positif ou négatif.

Il peut être précédé d'un signe $+$ ou $-$.

Le nombre sans son signe s'appelle la **distance à zéro** de ce nombre ou encore sa **partie numérique**.

» **Exemple** : la distance à zéro du nombre $-2,7$ est $2,7$.

Définition

- Deux nombres qui ont la même distance à zéro mais des signes contraires sont dits **opposés**.
- 0 est neutre, il n'a pas de signe.

» **Exemple** : L'opposé du nombre $-2,7$ est $+2,7$. L'opposé de $+4$ est -4 .

Propriété

Un nombre relatif **négatif** est inférieur à un nombre relatif **positif**.

Deux nombres relatifs **positifs** sont rangés dans l'ordre de leurs distances à zéro.

Deux nombres relatifs **négatifs** sont rangés dans l'ordre inverse de leurs distances à zéro.

» Entraîne-toi à Comparer des nombres relatifs

■ **Énoncé** : Compare les nombres suivants :

a. -2 et -6 .

b. $+2$ et $+6$.

c. -2 et $+6$.

Correction :

a. $-2 > -6$

b. $+2 < +6$

c. $-2 < +6$

2) Additionner deux nombres relatifs

Règle

Pour **additionner deux nombres relatifs de même signe**, on garde le signe commun et on additionne leurs distances à zéro.

Pour **additionner deux nombres relatifs de signes contraires**, on prend le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro et on soustrait la plus petite distance à zéro à la plus grande.

» Entraîne-toi à Additionner deux nombres relatifs

■ **Énoncé** : Calcule

$$A = (-2) + (-3) ;$$

$$B = (-5) + (+7) ;$$

$$C = (+2) + (+4) ;$$

$$D = (+6) + (-9).$$

Correction

$$A = (-2) + (-3)$$

$$A = -(2 + 3) = -5$$

$$B = (-5) + (+7)$$

$$B = +(7 - 5) = +2$$

$$C = (+2) + (+4)$$

$$C = +(2 + 4) = +6$$

$$D = (+6) + (-9)$$

$$D = -(9 - 6) = -3$$

Propriété

La somme de deux nombres **opposés** vaut 0.

» **Exemple** : $-2\,531 + (+2\,531) = 0$; $1\,245 + (-1\,245) = 0$.

3) Soustraire deux nombres relatifs

Règle

Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

👉 Entraîne-toi à Effectuer une soustraction de nombres relatifs

■ Énoncé

Calcule :

$$C = (-2) - (-3).$$

Correction

$$C = (-2) - (-3)$$

$$C = (-2) + (+3)$$

$$C = +1$$

👉 Entraîne-toi à Effectuer une suite d'additions et de soustractions

On transforme les soustractions en additions.

On effectue les calculs de gauche à droite ou en regroupant les nombres de même signe.

■ Énoncé

Calcule

$$D = (+4) + (-5) - (-8)$$

$$E = (-15) - (+14) + (-15) - (-20)$$

Correction

$$D = (+4) + (-5) + (-8)$$

$$D = (+4) + (-5) + (+8)$$

$$D = (-1) + (+8)$$

$$D = +7$$

$$E = (-15) - (+14) + (-15) - (-20)$$

$$E = (-15) + (-14) + (-15) + (+20)$$

$$E = (-44) + (+20)$$

$$E = (-24)$$

4) Simplifier l'écriture d'une somme de nombres relatifs

Règle

Pour simplifier l'écriture dans une suite d'**additions**, on omet les parenthèses et les signes + de l'addition.

Cela revient à n'écrire que les nombres avec leurs signes.

Attention :

- à ce moment-là, le signe - qui semble être une soustraction est en réalité l'écriture simplifiée de l'addition d'un nombre négatif.

👉 Entraîne-toi à Simplifier l'écriture d'une suite d'additions

- On transforme les soustractions en additions des opposés.
- On réécrit le calcul sans les signes de l'addition et les parenthèses.
- On supprime le signe + en début de calcul.

■ Énoncé

Simplifie l'expression

$$E = (+4) + (-11) - (+3)$$

puis calcule.

Correction

$$E = (+4) + (-11) + (+3)$$

$$E = (+4) + (-11) + (+3)$$

$$E = +4 - 11 + 3$$

$$E = 4 - 11 + 3$$

$$E = -7 + 3$$

$$E = -10$$

5) Multiplier des nombres relatifs

Règle

Pour multiplier deux nombres relatifs, on multiplie leurs distances à zéro et on applique la **règle des signes** suivante :

- le produit de deux nombres relatifs de **même signe** est **positif** ;
- le produit de deux nombres relatifs de **signes contraires** est **négatif**.

👉 Entraîne-toi à Multiplier deux nombres relatifs

■ Énoncé

Calcule :

$$F = (-4) \times (-2,5) ;$$

$$G = 0,2 \times (-14).$$

Correction

$$F = (-4) \times (-2,5).$$

$$F = 4 \times 2,5$$

$$\mathbf{F = 10}$$

$$G = 0,2 \times (-14)$$

$$G = -(0,2 \times 14)$$

$$\mathbf{G = -2,8}$$

👉 Entraîne-toi à Multiplier plusieurs nombres relatifs

Le produit de plusieurs nombres relatifs est :

- **positif** s'il comporte un nombre **pair** de **facteurs négatifs**.
- **négatif** s'il comporte un nombre **impair** de **facteurs négatifs**.

■ Énoncé

Quel est le signe du produit :

$$H = -6 \times 7 \times (-8) \times (-9) ?$$

Correction :

H est un produit comportant trois facteurs négatifs. Or 3 est impair donc **H est négatif**.

6) Diviser deux nombres relatifs

Règle

Pour calculer le **quotient d'un nombre relatif par un nombre relatif non nul**, on divise leurs distances à zéro et on applique la règle des signes du produit.

👉 Entraîne-toi à Diviser deux nombres relatifs

■ Énoncé

Calcule :

$$K = 65 \div (-5) ;$$

$$L = \frac{-30}{-4}$$

Correction

$$K = 65 \div (-5)$$

$$K = -65 \div 5$$

$$\mathbf{K = -13}$$

$$L = \frac{-30}{-4}$$

$$L = 30 \div 4$$

$$\mathbf{L = 7,5}$$

7) Calculer avec les quatre opérations

👉 Entraîne-toi à Calculer une expression

On détermine les signes des produits avant de calculer.

■ Énoncé

Calcule les expressions suivantes :

$$F = -2 \times (-3) + 5 ;$$

$$G = 5 - (-2) \times 5$$

Correction

$$F = -2 \times (-3) + 5$$

$$F = 6 + 5 = \mathbf{11}$$

$$G = 5 - (-2) \times 5$$

$$G = 5 + 10 = \mathbf{15}$$

1 Donne les signes des nombres relatifs suivants :

+ 1235 ; - 587 ; 0 ; - 0,001 ; 3,5.

2 Donne les distances à zéro des nombres suivants :

+ 5,7 ; - 5,8 ; + 64,78 et - 123,4.

3 Donne les opposés des nombres relatifs suivants : - 2 531 ; 0 ; 1 245 ; - 0,03 ; + 0,003.

4 Compare les nombres suivants.

+ 5 et + 9

- 6 et - 12

+ 5,1 et - 5,3

- 3 et + 8

- 5 et - 9

- 6,2 et - 6,4

5 Range les nombres dans l'ordre croissant.

a. + 12 ; 0 ; - 7 ; - 5 ; + 5

b. - 24 ; - 2,4 ; + 2,4 ; 0 ; - 4,2 ; - 4.

c. - 2,4 ; + 2,3 ; - 2,42 ; + 2,33 ; - 3,23.

6 Effectue les additions suivantes.

a. $A = (-11) + (-9)$

c. $C = (+1) + (+3) + (-2)$

e. $E = (+25,2) + (-15,3)$

b. $B = (+12) + (-15)$

d. $D = (-10,8) + (+2,5)$

f. $F = (-21,15) + (+21,15)$

7 Transforme les soustractions en additions.

a. $(+5) - (-6)$

c. $(+4) - (+8)$

e. $(-2,3) - (+7)$

b. $(-3) - (+2)$

d. $(-7) - (-3,8)$

f. $(+6,1) - (-2)$

8 Effectue les soustractions.

a. $(+3) - (-6)$

c. $(+7) - (+3)$

e. $(+2,1) - (+4)$

b. $(-3) - (-3)$

d. $(-5) - (+12)$

f. $(-7) - (+8,25)$

9 Simplifie les écritures suivantes :

$A = (-5) - (-135) + (+3,41) + (-2,65)$

$B = (+18) - (+15) + (+6) - (-17)$

10 Trois élèves doivent calculer : $A = (-25) + (+3) - (-25) + (-7) + (+4) - (+1)$.

• Rebecca effectue les calculs de gauche à droite ;

• Vincent regroupe les nombres positifs puis les nombres négatifs ;

• Esther calcule l'expression en effectuant des regroupements astucieux.

Rédige les calculs de ces trois élèves. Pour cette expression, quelle méthode est la plus rapide ?

11 Effectue les multiplications suivantes.

a. $A = (-7) \times (-8)$

c. $C = -5 \times (-11)$

e. $E = 10 \times (-0,8)$

b. $B = (-9) \times 6$

d. $D = -8 \times 0,5$

f. $F = (-7) \times 0$

12 Calcule.

$A = -25 \times (-9) \times (-4)$

$B = 0,5 \times 6 \times (-20) \times 8$

13 Quels sont les signes des expressions suivantes ?

$C = \frac{56}{-74}$

$D = \frac{-6}{5}$

$E = -\frac{9}{13}$

$F = -\frac{7}{-45}$

$G = -\frac{-8}{-9}$

14 Calcule mentalement.

$H = 45 \div (-5)$

$I = (-56) \div (-8)$

$J = -59 \div (-10)$

$K = -14 \div 4$

15 Effectue les calculs.

$L = (-3 - 6) \times (6 - 8)$

$M = 12 - (-21) \times 7$

$N = -15 + (6 - 9) \times (-4)$

Nombres rationnels

A3

Objectifs de cycle

■ Définir de nouveaux nombres

Utiliser la définition de quotient

tests n° 1 et 2

Niveau 1

■ Simplifier une écriture fractionnaire

Déterminer deux fractions égales

Simplifier une fraction

tests n° 3 et 11

test n° 4

Niveau 1

Niveau 2

■ Comparer deux écriture fractionnaire

Avec des nombres positifs

Avec des nombres relatifs

tests n° 5 et 6

test n° 10

Niveau 1

Niveau 2

■ Additionner, soustraire

Avec des nombres positifs, des dénominateurs multiples

Avec des nombres relatifs

test n° 8

test n° 12

Niveau 1

Niveau 2

■ Multiplier

Avec des nombres positifs et des dénominateurs multiples

Avec des nombres relatifs

test n° 9

test n° 13

Niveau 1

Niveau 2

■ Diviser

tests n° 14 et 15

Niveau 3

- Les nombres rationnels sont introduits comme des nombres pouvant s'écrire sous forme fractionnaire après avoir défini la notion de quotient. Le lien est fait avec la fraction partage.
- La comparaison et les quatre opérations sont vues successivement à différents niveaux de complexité.

1) Définir de nouveaux nombres

Définition

Soit a et b deux nombres, b non nul.

Le **quotient** $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b , donne a .

$$\frac{a}{b} \times b = a$$

Entraîne-toi à Déterminer un quotient

Énoncé

- Quel est le nombre qui, multiplié par 7, donne 9 ?
- Quel est le nombre qui, multiplié par 3, donne 36 ?

Correction :

$$7 \times \frac{9}{7} = 9.$$

Le nombre qui multiplié par 7 donne 9 est $\frac{9}{7}$

$$\frac{36}{3} = 12. \text{ Le nombre qui multiplié par 3 donne } 36 \text{ est } 12$$

Définitions

Un nombre **rationnel** est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'un quotient.

Une **fraction** est un quotient de deux nombres entiers (donc un nombre rationnel).

Une **écriture fractionnaire** est une écriture d'un quotient avec un trait de fraction, mais le numérateur ou le dénominateur ne sont pas entiers.

Un **pourcentage** est une écriture fractionnaire de dénominateur 100.

Exemples :

- $2 = \frac{2}{1}$; $0,5 = \frac{1}{2}$; $10 : 3 = \frac{10}{3}$ sont rationnels. π ne l'est pas. $\frac{2}{10}$ est une fraction, $\frac{8}{0,5}$ une écriture fractionnaire. $5\% = \frac{5}{100}$ ou $2,5\% = \frac{2,5}{100}$ sont des pourcentages.

Remarque

Une fraction peut être utilisée pour représenter un partage à parts égales. Alors,

- son dénominateur « dénomine » : il donne le nom de la part ou « sa taille »
- son numérateur « numère » : il donne le nombre de parts.

Exemple



un tiers $\frac{1}{3}$



cinq huitièmes $\frac{5}{8}$



La partie coloriée ne représente pas la moitié du disque car le partage n'est pas équitable

2) Simplifier une écriture fractionnaire

Propriété

Deux fractions sont **égales** quand leurs numérateurs et dénominateurs sont proportionnels..

Pour tous nombres a , b et k où b et k sont non nuls :

$$\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b} \text{ et } \frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}.$$

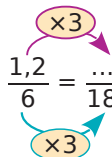
Entraîne-toi à Déterminer deux fractions égales

Énoncé

Détermine le nombre manquant dans l'égalité

$$\frac{1,2}{6} = \frac{\dots}{18}$$

Correction



$$\frac{1,2}{6} = \frac{\dots}{18} \text{ donc } \frac{1,2}{6} = \frac{3,6}{18}$$

Énoncé

Les nombres $\frac{2,1}{-3,5}$ et $\frac{-4,1}{6,9}$ sont-ils égaux ? Justifie.

Correction

$2,1 \times 6,9 = 14,49$ et $(-3,5) \times (-4,1) = 14,35$
Les produits en croix ne sont pas égaux donc les nombres ne sont pas égaux.

Entraîne-toi à Simplifier une fraction

Il s'agit de trouver une fraction égale ayant un dénominateur (entier) plus petit.

Énoncé

Simplifie le quotient $\frac{15}{21}$

Correction

$$\frac{15}{21} = \frac{5 \times 3}{7 \times 3} = \frac{5}{7}$$

Énoncé

Simplifie la fraction $\frac{42}{-140}$

Correction

$$\frac{+42}{-140} = -\frac{42}{140}$$

$$\frac{42}{-140} = -\frac{3 \times 2 \times 7}{10 \times 7 \times 2}$$

$$\frac{42}{-140} = -\frac{3}{10}$$

3 Comparer deux écritures fractionnaires

Règle

Pour comparer des nombres en écriture fractionnaire, on peut les écrire avec le même dénominateur positif puis les ranger dans le même ordre que leurs numérateurs.

Entraîne-toi à Comparer deux nombres en écriture fractionnaire

Énoncé

Compare les nombres $\frac{1,2}{4}$ et $\frac{5,7}{20}$.

Correction

$$\frac{1,2}{4} = \frac{1,2 \times 5}{4 \times 5} = \frac{6}{20} \text{ . Or, } 6 > 5,7$$

$$\text{d'où } \frac{6}{20} > \frac{5,7}{20} \text{ donc } \frac{1,2}{4} > \frac{5,7}{20}$$

Énoncé

Compare les quotients $\frac{-2}{7}$ et $\frac{3}{-8}$.

Correction

$$\frac{-2 \times 8}{7 \times 8} = \frac{-16}{56} \text{ et } \frac{-3 \times 7}{8 \times 7} = \frac{-21}{56}$$

$$\text{Or, } -16 > -21 \text{ donc } \frac{-16}{56} > \frac{-21}{56}$$

$$\text{et par suite } \frac{-2}{7} > \frac{3}{-8}.$$

4 Additionner, soustraire

Règle

Pour **additionner (ou soustraire)** des nombres en écriture fractionnaire **ayant le même dénominateur**,

- on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et
- on garde le dénominateur commun.

Pour tous nombres a, b et c où b est non nul :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}.$$

➤ Entraîne-toi à Additionner deux nombres en écriture fractionnaire

■ Énoncé

Calcule l'expression : $A = \frac{7}{3} - \frac{5}{3}$.

Correction

$$A = \frac{7-5}{3} = \frac{2}{3}$$

■ Énoncé

Calcule l'expression :

$$A = \frac{7}{3} + \frac{6}{12}.$$

Correction

$$A = \frac{7}{3} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{7 \times 4}{3 \times 4} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{28}{12} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{34}{12}$$

$$A = \frac{17}{6}$$

■ Énoncé

Calcule l'expression $A = -1 + \frac{13}{-30} - \frac{-11}{12}$.

Correction

$$A = -1 + \frac{13}{-30} - \frac{-11}{12}$$

$$A = -\frac{1 \times 60}{1 \times 60} - \frac{13 \times 2}{30 \times 2} + \frac{11 \times 5}{12 \times 5}$$

$$A = -\frac{60}{60} - \frac{26}{60} + \frac{55}{60}$$

$$A = \frac{-60 - 26 + 55}{60}$$

$$A = \frac{-31}{60}$$

5 Multiplier

Règle

Pour **multiplier des nombres en écriture fractionnaire**, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Pour tous nombres a, b, c et d où b et d sont non nuls :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

» Remarque

Il est judicieux de simplifier les fractions avant d'effectuer les calculs afin d'obtenir plus facilement une fraction simplifiée.

➤ Entraîne-toi à Multiplier deux nombres en écriture fractionnaire

■ Énoncé

Calcule et simplifie le résultat :

$$D = \frac{8}{7} \times \frac{5}{3} \text{ et}$$

$$F = \frac{4}{15} \times \frac{25}{16}$$

Correction

$$D = \frac{8}{7} \times \frac{5}{3}$$

$$D = \frac{8 \times 5}{7 \times 3}$$

$$D = \frac{40}{21}$$

$$F = \frac{4}{15} \times \frac{25}{16}$$

$$F = \frac{4 \times 25}{15 \times 16}$$

$$F = \frac{4 \times 5 \times 5}{3 \times 5 \times 4 \times 4}$$

$$F = \frac{5}{3 \times 4}$$

$$F = \frac{5}{12}$$

» **Remarque** : En présence de signes $-$, on commence par déterminer le signe du résultat.

■ Énoncé

Calcule l'expression $B = -\frac{35}{33} \times \frac{-39}{-80}$

Correction

$$B = -\frac{35}{33} \times \frac{-39}{-80}$$

$$B = -\frac{35 \times 39}{33 \times 80}$$

$$B = -\frac{7 \times 5 \times 13 \times 3}{11 \times 3 \times 2 \times 5 \times 8}$$

$$B = -\frac{7 \times 13}{11 \times 2 \times 8}$$

$$B = -\frac{91}{176}$$

6 Diviser

Définition

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.

Propriétés

- Tout nombre x non nul admet un inverse (noté x^{-1}) qui est le nombre $\frac{1}{x}$.
- Tout nombre en écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$ ($a \neq 0$ et $b \neq 0$) admet un inverse qui est le nombre $\frac{b}{a}$.

» Remarques

- Un nombre et son inverse ont toujours le même signe.
En effet, leur produit 1 est positif et seul le produit de deux nombres de même signe est positif.
- Zéro est le seul nombre qui n'admet pas d'inverse.
En effet, tout nombre multiplié par 0 donne 0 et ne donnera jamais 1.

» **Exemple :** L'inverse de 3 est $3^{-1} = \frac{1}{3}$ et l'inverse de $\frac{-7}{3}$ est $\left(\frac{-7}{3}\right)^{-1} = -\frac{3}{7}$.

Propriété

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par l'inverse de ce nombre.

Pour tous nombres a, b, c et d où b, c et d sont non nuls :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \text{ ou } \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

👉 Entraîne-toi à Diviser deux nombres en écriture fractionnaire

■ Énoncé

Calcule $C = \frac{-8}{7} \div \frac{5}{-3}$;

$$D = \frac{-\frac{32}{21}}{-\frac{48}{35}} \text{ et donne les}$$

résultats en simplifiant le plus possible.

Correction

$$C = \frac{-8}{7} \div \frac{5}{-3}$$

$$C = + \left(\frac{8}{7} \div \frac{5}{3} \right)$$

$$C = \frac{8}{7} \times \frac{3}{5}$$

$$C = \frac{8 \times 3}{7 \times 5}$$

$$C = \frac{24}{35}$$

$$D = \frac{-\frac{32}{21}}{-\frac{48}{35}}$$

$$D = -\frac{\frac{32}{21}}{\frac{48}{35}} = -\frac{32}{21} \times \frac{35}{48}$$

$$D = -\frac{8 \times 2 \times 2 \times 7 \times 5}{7 \times 3 \times 3 \times 2 \times 8}$$

$$D = -\frac{10}{9}$$



Je me teste

Niveau 1

1 Complète par une fraction.

a. $6 \times \dots = 7$

b. $12 \times \dots = 5$

c. $18 \times \dots = 67$

d. $7 \times \dots = 98$

2 Donne une écriture décimale de chaque quotient ou une valeur approchée au millième.

a. $\frac{14}{11}$

b. $\frac{5}{6}$

c. $\frac{27}{10}$

d. $\frac{2}{9}$

e. $\frac{9}{8}$

f. $\frac{3}{25}$

3 Parmi les quotients suivants, quels sont ceux égaux à $\frac{5}{3}$?

a. $\frac{45}{27}$

b. $\frac{54}{33}$

c. $\frac{90}{54}$

d. $\frac{40}{25}$

e. $\frac{0,05}{0,03}$

4 Simplifie chaque fraction au maximum.

a. $\frac{40}{90}$

b. $\frac{18}{72}$

c. $\frac{16}{24}$

d. $\frac{125}{75}$

5 Range dans l'ordre croissant les nombres : $\frac{21}{18}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{43}{36}$.

6 Range dans l'ordre décroissant les nombres : $\frac{6}{13}$; $\frac{9}{7}$; $\frac{2}{13}$; $\frac{11}{13}$; $\frac{17}{7}$.

7 Calcule chacune des expressions : $B = \frac{3}{5} + \frac{7}{20}$ et $C = \frac{67}{11} - 5$.

8 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

$G = \frac{8}{37} \times \frac{37}{3} \times \frac{5}{8}$

$H = \frac{3,5}{0,3} \times \frac{1,08}{7}$

$I = \frac{22}{18} \times \frac{6}{11}$

9 Raphaël a lu les $\frac{2}{5}$ du quart d'un livre et Benoit a lu le quart des $\frac{2}{5}$ du même livre.

a. Quelle fraction du livre chacun a-t-il lue ?

b. Que remarques-tu ?

Niveau 2

10 Compare les nombres suivants.

a. $\frac{5}{-12}$ et $-\frac{1}{3}$

b. $\frac{4}{3}$ et $-\frac{5}{-4}$

c. $\frac{9}{10}$ et $\frac{11}{12}$

d. $\frac{19}{20}$ et $\frac{31}{32}$

11 Les nombres suivants sont-ils égaux ?

a. $-\frac{7}{6}$ et $-\frac{6}{-5}$

b. $\frac{14,5}{25}$ et $-\frac{11,6}{-20}$

12 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

a. $1 - \frac{-7}{3}$

b. $-\frac{2}{3} + \frac{7}{8} - \frac{5}{6}$

c. $-\frac{2}{10} + \frac{7}{25}$

d. $\frac{3}{7} - \frac{7}{10}$

13 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

a. $-\frac{12}{33} \times \frac{44}{-15}$

b. $-\frac{7}{15} \times \left(-\frac{5}{21}\right)$

c. $-\frac{51}{26} \times \frac{39}{-34}$

d. $3 \times \frac{7}{-3}$

Niveau 3

14 Donne les inverses des nombres suivants : -6 ; $3,5$; $-\frac{15}{4}$; $\frac{1}{4}$.

15 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$B = \frac{-7}{3} \div \frac{-21}{6}$

$C = \frac{-4}{\frac{7}{3}}$

$D = \frac{\frac{-4}{7}}{\frac{3}{-5}}$

Puissances

A4

Objectifs de cycle

■ Utiliser de nouvelles notations

- Utiliser les puissances d'exposant positif
- Utiliser les puissances d'exposant négatif
- Déterminer le signe d'une puissance
- Calculer une expression avec des puissances

test n° 1

Niveau 2

test n° 2

Niveau 2

test n° 3

Niveau 2

Niveau 2

■ Utiliser les puissances de 10

- Écrire un nombre en utilisant les puissances de 10
- Calculer avec les puissances de 10

tests n° 4, 5

Niveau 2

test n° 6

Niveau 2

■ Utiliser la notation scientifique

- Écrire un nombre en utilisant la notation scientifique
- Comparer deux nombres en notation scientifique
- Calculer avec des nombres en notation scientifique

test n° 7

Niveau 2

test n° 8

Niveau 2

test n° 9

Niveau 2

- La définition de puissances est vue dans l'optique de la décomposition d'un nombre en produit de nombres premiers.
- Les calculs utilisant les puissances sont appliqués aux puissances de 10 pour l'utilisation de l'écriture scientifique.

1) Utiliser de nouvelles notations

A. Puissances d'exposant positif

Définitions

Pour tout nombre entier n positif non nul, pour tout nombre relatif a :

$$\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}} \text{ s'écrit } a^n$$

- a^n se lit « **a exposant n** » ou « a puissance n »
- a^n est appelé **puissance** n -ième de a .
- n est appelé l'exposant.

» **Remarque** : Par convention $a^0 = 1$

$$a^1 = a$$

$$a^2 \text{ se lit « } a \text{ au carré »}$$

$$a^3 \text{ se lit « } a \text{ au cube »}$$

» Entraîne-toi à Utiliser les puissances d'exposant positif

■ Énoncé

Donne l'écriture décimale de 5^4

Correction : $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$

■ Énoncé

Écris sous la forme d'une puissance : $7^2 \times 7^3$

Correction :

$$7^2 \times 7^3 = (7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7) = 7^5$$

B. Puissances d'exposant négatif

Définitions

Pour tout nombre entier n positif non nul, pour tout nombre relatif a non nul :

$$\frac{1}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}} \text{ s'écrit } a^{-n}.$$

» **Remarque** : Pour tout entier n , a^{-n} est l'**inverse** de a^n soit $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ et en particulier $a^{-1} = \frac{1}{a}$.

» Entraîne-toi à Utiliser les puissances d'exposant négatif

■ Énoncé

Donne l'écriture décimale de 10^{-3} .

Correction

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} = 0,001$$

■ Énoncé

Écris sous la forme d'une puissance : $\frac{2^3}{2^5}$

Correction

$$\frac{2^3}{2^5} = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^2} = 2^{-2}$$

Propriété

Pour tout nombre entier relatif n ,

Si a est **positif** alors a^n est **positif**.

Si a est **négatif** alors a^n est

- **positif** lorsque l'exposant n est pair, et
- **négatif** lorsque l'exposant n est impair.

» Entraîne-toi à Déterminer le signe d'une puissance

■ Énoncé

Détermine le signe de :

$$A = (-3)^4$$

$$B = -3^4$$

$$C = (-2)^{-5}$$

Correction

Comme -3 est **néga**tif et l'exposant 4 est **pair**, A est un nombre **positif**.

Il s'agit ici d'une puissance de 3, nombre **positif**, précédée d'un signe $-$. B est un nombre **néga**tif.

Comme -2 est **néga**tif et l'exposant -5 est **impair**, C est un nombre **néga**tif.

C. Enchaîner des calculs

Règle

Dans le cas d'un enchaînement de calculs, la puissance, qui est elle-même une multiplication doit se calculer avant les multiplications.

En résumé, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses, puis les exposants, puis les multiplications et les divisions et finalement les additions et les soustractions.

👉 Entraîne-toi à

Calculer une expression avec des puissances

■ Énoncé

Calcule : $A = 1 + 5 \times 2^4$

Correction

$$A = 1 + 5 \times 2^4$$

$$A = 1 + 5 \times 16$$

$$A = 1 + 80$$

$$A = \mathbf{81}$$

2) Utiliser les puissances de 10

A. Définition

Propriété

Pour tout nombre entier $n > 0$:

10^n s'écrit $\underbrace{10\dots0}_n$;

10^{-n} s'écrit $\underbrace{0,0\dots01}_n$

» **Rappel** : $10^0 = 1$

👉 Entraîne-toi à

Écrire un nombre en utilisant les puissances de 10

■ Énoncé

Écris les nombres 100 000 ; 0,01 ; 100 et 0,000 001 sous la forme d'une puissance de 10.

Correction

- $100\,000 = \mathbf{10^5}$

- $0,01 = \mathbf{10^{-2}}$

- $100 = \mathbf{10^2}$

- $0,000\,001 = \mathbf{10^{-6}}$

B. Calculer avec des puissances de 10

Règles de calcul

Pour m et p entiers relatifs quelconques

- règle du produit : $10^m \times 10^p = 10^{m+p}$
- règle du quotient : $\frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p}$
- règle de la puissance de puissance : $(10^m)^p = 10^{m \times p}$

» **Attention :** Il n'y a pas de règle avec l'addition ou la soustraction !

👉 Entraîne-toi à Calculer avec les puissances de 10

■ Énoncé

Écris les nombres suivants sous la forme d'une seule puissance de 10.

$$A = 10^4 \times 10^3$$

$$B = 10^{-3} \times 10^{-7}$$

$$C = \frac{10}{10^{-3}}$$

$$D = \frac{10^{-7}}{10^3}$$

$$E = (10^{-3})^{-7} \times (10^2)^{-3}$$

■ Énoncé

Donne l'écriture décimale des nombres
 $F = 10^3 + 10^2$ et $G = 10^{-2} - 10^{-3}$.

Correction

$$A = 10^4 \times 10^3$$

$$A = 10^{4+3}$$

$$\mathbf{A = 10^7}$$

$$B = 10^{-3} \times 10^{-7}$$

$$B = 10^{-3+(-7)}$$

$$\mathbf{B = 10^{-10}}$$

$$C = \frac{10^1}{10^{-3}}$$

$$C = 10^{1-(-3)}$$

$$C = 10^{1+3}$$

$$\mathbf{C = 10^4}$$

$$D = \frac{10^{-7}}{10^3}$$

$$D = 10^{-7-3}$$

$$\mathbf{D = 10^{-10}}$$

$$E = 10^{-3 \times (-7)} \times 10^{2 \times (-3)}$$

$$E = 10^{21} \times 10^{-6}$$

$$E = 10^{21+(-6)}$$

$$E = 10^{15}$$

Correction

$$F = 10^3 + 10^2 = 1\,000 + 100 = \mathbf{1\,100}$$

$$G = 10^{-2} - 10^{-3} = 0,01 - 0,001 = \mathbf{0,009}$$

3 Utiliser la notation scientifique

A. Définition

Définitions

Tout nombre décimal non nul peut être écrit en **notation scientifique**, c'est-à-dire sous la forme $a \times 10^n$, où a est un nombre décimal **ayant un seul chiffre non nul pour partie entière** et où n est un nombre **entier relatif**.
 a est appelé **mantisse** du nombre.

👉 Entraîne-toi à Écrire un nombre en utilisant la notation scientifique

■ Énoncé

Écris le nombre $A = 6\,430$ en notation scientifique.

Correction

$$A = \mathbf{6\,430} = 6,43 \times 1\,000 = 6,43 \times 10^3$$

L'écriture scientifique de A est donc $\mathbf{6,4 \times 10^3}$.

B. Comparer deux nombres en écriture scientifique

Règle

Pour **comparer** deux nombres en notation scientifique, on compare d'abord leurs signes. S'il sont de même signe, on peut comparer leurs **ordres de grandeur** à l'aide des **exposants** de leur puissance de 10.
En cas d'égalité des exposants, on compare alors les mantisses.

👉 Entraîne-toi à Comparer deux nombres en notation scientifique

■ Énoncé

Compare

- $A = 1,7 \times 10^3$ et $B = 2,5 \times 10^2$
- $C = 12,4 \times 10^3$ et $D = 3,1 \times 10^4$.

Correction

- L'ordre de grandeur de A est 10^3 alors que B est de l'ordre de 10^2 . Donc **A > B**.
- La notation scientifique de C est :
 $C = 1,24 \times 10 \times 10^3 = 1,24 \times 10^4$.
C et D ont le même ordre de grandeur.
Or, $1,24 < 3,1$ donc **C < D**.

C. Calculer avec des nombres en notation scientifique

Règle

Dans un calcul ne comportant que des multiplications et divisions, on **regroupe** les nombres écrits sous la forme de **puissances de 10** d'un côté et **les mantisses** de l'autre côté, puis on calcule avec les règles habituelles.

👉 Entraîne-toi à Calculer avec des nombres en notation scientifique

■ Énoncé

- Donne l'écriture scientifique du produit de $A = 2 \times 10^4$ et 3×10^3
- Donne l'écriture décimale de $B = \frac{14 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^6}{2 \times 10^4}$

Correction :

- $A = 2 \times 10^4 \times 3 \times 10^3$

$$A = 2 \times 3 \times 10^4 \times 10^3$$

$$A = 6 \times 10^{4+3}$$

$$A = \mathbf{6 \times 10^7}.$$

$$\bullet B = \frac{14 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^6}{2 \times 10^4}$$

$$B = \frac{14 \times 5}{2} \times \frac{10^{-3} \times 10^6}{10^4}$$

$$B = 35 \times \frac{10^{-3+6}}{10^4}$$

$$B = 35 \times \frac{10^3}{10^4}$$

$$B = 35 \times 10^{3-4}$$

$$B = 35 \times 10^{-1}$$

$$B = \mathbf{3,5}$$



Je me teste

Niveau 2

1 Donne l'écriture décimale de : $A = 3^4$; $B = (-10)^5$; $C = 2^{-5}$.

2 Donne le signe de chaque nombre.

$$C = (-15)^6 \quad D = -15^6 \quad E = 15^{-6} \quad F = (15)^{-6} \quad G = (-1)^3 \quad H = -5^{-4}$$

3 Calcule chaque nombre.

$$A = 5 \times 2^{-1} - 3^{-2} \quad B = 3 \times (1 - 3)^5 - 2^2 \times (3 + 2) \quad C = \frac{(5 - 2 \times 3)^4}{(2 - 3)^5}$$

4 Donne l'écriture décimale des nombres.

$$A = 32,48 \times 10^6 \quad B = 0,78 \times 10^2 \quad C = 401 \times 10^{-2} \quad D = 94,6 \times 10^{-4}$$

5 Par combien faut-il multiplier :

- a. 234,428 pour obtenir 0,002 344 28 ? c. 0,3 pour obtenir 3 000 ?
b. 5 000 pour obtenir 0,005 ? d. 3,4324 pour obtenir 343 240 ?

6 Écris sous la forme d'une seule puissance de 10 les nombres suivants.

$$C = 10^6 \times 10^{-8} \quad D = (10^{-1})^{-3} \quad E = \frac{10^{-2}}{10^2} \quad F = 10^2 \times 10^{-3} \times 10$$

7 Donne l'écriture scientifique des nombres suivants.

$$B = 21\,600 \quad C = 0,012 \quad D = 58,4 \times 10^2 \quad E = 0,147 \times 10^{-1}$$

8 Range dans l'ordre croissant les nombres suivants.

$$E = 33,5 \times 10^{-3} \\ F = 7,2 \times 10^3 \\ G = 0,02 \times 10^{-2} \\ H = 99,1 \times 10^{-4}$$

9 Calcule chaque nombre et donne le résultat en notation scientifique.

$$A = 45 \times 10^{12} \times 4 \times 10^{-26} \quad B = \frac{36 \times 10^{15}}{3 \times 10^{-17}}$$

Nombres entiers

A5

Objectifs de cycle

■ Utiliser la division euclidienne

Effectuer une division euclidienne
Multiples, diviseurs et critères de divisibilité

tests n° 1 et 2
tests n° 3 et 4

Niveau 1

■ Utiliser les nombres premiers

Reconnaître un nombre premier
Décomposer un nombre en produit de nombres premiers
Rendre une fraction irréductible

test n° 5
test n° 6
test n° 7

Niveau 3

- Les nombres entiers sont les premiers nombres vus issus de la vie quotidienne.
- À l'issue de la scolarité obligatoire, les élèves revoient ces nombres et les étudient à partir de la division euclidienne et des notions de multiples, diviseurs et critères de divisibilité.
- La notion de nombre premier est introduite pour simplifier une fraction.
- Des problèmes et des démonstrations sur les nombres premiers mettent en lumière la complexité de ces nombres *a priori* bien connus.

1) Utiliser la division euclidienne

Définition

On considère un entier naturel a et un entier naturel non nul b .

$\begin{array}{r|l} a & b \\ r & q \end{array}$ Effectuer la division euclidienne de a par b , c'est trouver les deux entiers naturels q et r tels que : $a = b \times q + r$ avec $r < b$ où q est le **quotient** (entier) et r le **reste** de la division euclidienne.

» **Remarque** : Le couple $(q ; r)$ est unique.

Entraîne-toi à Effectuer une division euclidienne

■ Énoncé

- Effectue la division euclidienne de 183 par 12.
- $278 = 6 \times 45 + 8$: quelle(s) division(s) euclidienne(s) cette égalité représente-t-elle ?

Correction

- $\begin{array}{r|l} 183 & 12 \\ 63 & 15 \\ 3 & \end{array}$ On peut donc écrire :
 $183 = 12 \times 15 + 3$
avec $3 < 12$.
- $8 < 45$ mais $8 > 6$ donc l'égalité représente la division euclidienne de 278 par 45 mais ne peut pas représenter celle de 278 par 6.

Définitions

Quand le reste de la division euclidienne est nul, on dit que :

b **divise** a ou que b est un **diviseur** de a ou que a est un **multiple** de b ou que a est **divisible** par b .

» **Exemples** : $1\,274 = 49 \times 26 + 0$. 49 et 26 divisent 1 274. On dit alors que :

- 1 274 est divisible par 49** (et par 26) ;
- 49 est un diviseur de 1 274** (et 26 aussi) ;
- 1 274 est donc un multiple de 49** (et de 26).

Règles de divisibilité

- Un nombre entier est **divisible par 2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un nombre entier est **divisible par 5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre entier est **divisible par 3** si la somme de ses « chiffres * » est un multiple de 3.

* Il s'agit des nombres représentés par chacun des chiffres

2) Utiliser les nombres premiers

Définition

Un nombre **premier** est un nombre qui n'a que deux diviseurs : 1 et lui-même.

» **Remarque** : 1 n'est pas premier

» **Exemple**

Voici la liste des 10 premiers nombres premiers : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29.

Propriété

Tout nombre entier peut se décomposer de manière unique sous la forme d'un produit de nombres premiers.

👉 Entraîne-toi à Effectuer une décomposition en facteurs premiers

■ Énoncé

Décompose en produit de facteurs premiers le nombre 4680.

Correction

4 680 est pair, donc divisible par 2.
 $4680 \div 2 = 2340$; nombre pair, divisible par 2
 $2340 \div 2 = 1170$; nombre pair, divisible par 2
 $1170 \div 2 = 585$; fini par 5, divisible par 5
 $585 \div 5 = 117$; $1 + 1 + 7 = 9$, divisible par 3
 $117 \div 3 = 39$; $3 + 9 = 12$, divisible par 3
 $39 \div 3 = 13$; nombre premier

La décomposition de 4 680 est donc :

$$4\,680 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 13$$

Définition

Une fraction est **irréductible** lorsque son numérateur et son dénominateur ont 1 pour seul diviseur commun.

👉 Entraîne-toi à Rendre une fraction irréductible

■ Énoncé

Rends la fraction $\frac{280}{448}$ irréductible.

Correction

On commence par décomposer 280 et 448 en facteurs premiers.

$$280 = 2^3 \times 7 \times 5 \text{ et } 448 = 2^6 \times 7$$

$$\frac{280}{448} = \frac{2^3 \times 5 \times 7}{2^6 \times 7} = \frac{5}{2^3} = \frac{5}{8} \text{ qui est irréductible}$$

car 5 et 8 n'ont que 1 comme diviseur commun.



Je me teste

- Niveau 1**
 - 1 Effectue les divisions euclidiennes suivantes : 354 par 16 et 6 384 par 84.
 - 2 $851 = 19 \times 43 + 34$. Sans effectuer de division, donne le quotient et le reste de la division euclidienne de 851 par 43 puis ceux de la division euclidienne de 851 par 19.
 - 3 Trouve toutes les possibilités pour le chiffre manquant #, sachant que 3 et 4 divisent le nombre 2 0#4.
 - 4 Établis la liste des diviseurs des entiers suivants : 60, 43 et 36.
- Niveau 3**
 - 5 Les nombres suivants sont-ils premiers ? 23 ; 79 ; 91
 - 6 Décompose 276 et 161 en facteurs premiers.
 - 7 Rends les fractions $\frac{48}{60}$ et $\frac{276}{161}$ irréductibles.

Le rôle de la lettre et du signe égal

A6

Objectifs de cycle

■ Déterminer une expression littérale

Écrire en fonction de x

Simplifier l'écriture d'un produit

Réduire une somme algébrique

Supprimer des parenthèses

tests n° 1 et 2

test n° 3

tests n° 4 et 5

Niveau 1

Niveau 2

Niveau 3

Niveau 1

Niveau 1

Niveau 2

■ Déterminer la valeur d'une expression

Avec des nombres positifs

Avec des nombres négatifs

Choisir la forme la plus judicieuse

tests n° 6 et 7

test n° 8

test n° 9

Niveau 1

Niveau 2

Niveau 3

■ Déterminer si une égalité est vraie

Avec des nombres positifs

Tester si un nombre est solution d'une équation

Tester si un nombre est solution d'une inéquation

test n° 10

tests n° 11

tests n° 12 et 13

Niveau 1

Niveau 2

Niveau 3

- Ce chapitre permet l'introduction de la lettre et du signe égal. Les élèves sont familiarisés par l'utilisation de la lettre via les formules de calculs de périmètre, d'aire et de volume (activité 1). Ensuite, il s'agit de déterminer des expressions utilisant les lettres (activité 2).
- Ces expressions pouvant être compliquées et ne permettant pas d'être évaluées simplement, on introduit les conventions d'écriture (simplifier l'écriture d'un produit), les réductions de somme intuitives et la suppression des parenthèses.
- Comme plusieurs expressions sont possibles, on en vient naturellement à s'interroger sur le statut du signe égal et l'élève détermine si des égalités sont toujours vraies avant de tester si des nombres sont solutions d'(in)équations.

Lorsque l'on cherche à établir des relations liant plusieurs grandeurs, à vérifier des propriétés valables pour n'importe quel nombre, nous utilisons une lettre (ou plusieurs) afin de représenter les nombres inconnus.

Les calculs deviennent alors génériques.

Les expressions produites peuvent se calculer pour des valeurs du nombre (ou des nombres) inconnu(s).

1) Déterminer une expression littérale

A. Écrire en fonction de x

Définition

Usuellement, la première inconnue s'appelle x .

Produire une expression littérale se dit aussi « écrire en fonction de x » c'est-à-dire produire une expression contenant x .

👉 Entraîne-toi à Exprimer en fonction de x

Il s'agit de bien repérer, dans le texte, les termes à traduire en expression littérale.

■ Énoncé

Sur internet, une BD manga coûte 6,90 € avec 10 € de frais de port.

Exprime le prix à payer en fonction du nombre de livres achetés.

Correction

J'appelle x le nombre de livres achetés.

6,90 € l'un font $6,90 \times x$.

Avec les frais de port on obtient $6,90 \times x + 10$.

Le prix de x livres est $6,90 x + 10$.

B. Simplifier l'écriture d'un produit

Conventions d'écriture

Pour **alléger l'écriture d'une expression littérale**, on peut supprimer le signe $\times$

- devant une lettre ou une parenthèse ;
- entre deux lettres (on écrira alors les lettres dans l'ordre alphabétique) ;

Entre deux lettres identiques on écrira :

- $a \times a = a^2$ (qui se lit « a au carré »)
- $a \times a \times a = a^3$ (qui se lit « a au cube »).

👉 **Remarque :** On ne peut pas supprimer le signe $\times$ entre deux nombres : $2 \times 3 \neq 23$

👉 Entraîne-toi à Utiliser les conventions d'écriture

■ Énoncé

Simplifie l'expression suivante en supprimant les signes $\times$ lorsque c'est possible :
 $A = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 2 \times 4)$.

Correction

$$A = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 2 \times 4)$$

$$A = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 2 \times 4)$$

$$A = 5x + 7(3x + 8)$$

C. Simplifier l'écriture d'une somme algébrique

👉 Entraîne-toi à Réduire une somme algébrique

■ Énoncé

Réduis $A = 5x + 2x$ et $B = 4x - 9x$

Correction

$$A = 5x + 2x = 7x$$

$$B = 4x - 9x = -5x$$

Définition

L'opposé d'une somme algébrique est égal à la somme des opposés de chacun de ses termes.

» **Exemple :** L'opposé de $a + b - 2ab$ est $-a - b + 2ab$.

» **Remarque :** Cette propriété permet de supprimer des parenthèses précédées d'un signe « - » dans une expression.

👉 Entraîne-toi à Supprimer des parenthèses

■ Énoncé

Réduis l'expression :

$$G = 5x^2 + (3x - 4) - (2x^2 - 3) + 2x.$$

Correction

$$G = 5x^2 + (3x - 4) - (2x^2 - 3) + 2x.$$

$$G = 5x^2 + 3x - 4 - 2x^2 + 3 + 2x$$

$$G = 5x^2 - 2x^2 + 3x + 2x - 4 + 3$$

$$G = (5 - 2)x^2 + (3 + 2)x - 1$$

$$G = 3x^2 + 5x - 1$$

2) Déterminer la valeur d'une expression

👉 Entraîne-toi à Substituer une lettre par une valeur

Pour **calculer une expression littérale pour certaines valeurs des lettres**, il suffit de remplacer les lettres par ces valeurs. Il faut souvent faire apparaître quelques signes $\times$ sous-entendus, en particulier ceux entre deux nombres.

■ Énoncé

Calcule l'expression $A = 5x(y + 2)$ pour $x = 3$ et $y = 4$.

Correction

$$A = 5x(y + 2)$$

$$A = 5 \times x \times (y + 2)$$

$$A = 5 \times 3 \times (4 + 2)$$

$$A = 15 \times 6$$

$$A = 90$$

■ Énoncé

Calcule l'expression $G = x^3 + 3x^2 - x$ pour $x = -4$.

Correction

$$G = x^3 + 3x^2 - x$$

$$G = (-4)^3 + 3 \times (-4)^2 - (-4)$$

$$G = -64 + 3 \times 16 + 4$$

$$G = -60 + 48$$

$$G = -12$$

» **Remarque :** Avant la substitution, il est judicieux de choisir la forme la plus simple pour effectuer les calculs.

👉 Entraîne-toi à Choisir la forme la plus judicieuse

■ Énoncé

On donne $J = (x + 3)(3x - 1) + 5(x + 3)$.

- Développe et réduis J .
- Factorise et réduis J .
- Calculer J pour $x = 0$ et $x = -3$, en choisissant à chaque fois la forme la plus judicieuse.

Correction

a. $J = (x + 3)(3x - 1) + 5(x + 3)$

$$J = x \times 3x + x \times (-1) + 3 \times 3x + 3 \times (-1) + 5 \times x + 5 \times 3$$

$$J = 3x^2 - x + 9x - 3 + 5x + 15$$

$$J = 3x^2 + 13x + 12$$

b. $J = (x + 3)(3x - 1) + 5(x + 3)$

$$J = (x + 3)[(3x - 1) + 5]$$

$$J = (x + 3)(3x + 4)$$

c. Pour $x = 0$, je choisis la forme réduite.

$$J = 3x^2 + 13x + 12 = 3 \times 0^2 + 13 \times 0 + 12$$

$$J = 12.$$

Pour $x = -3$, Je choisis la forme factorisée :

$$J = (x + 3)(3x + 4)$$

$$J = (-3 + 3)(3x + 4)$$

$$J = 0 \times (3x + 4)$$

$$J = 0$$

3) Déterminer si une égalité ou une inégalité est vraie

👉 Entraîne-toi à Tester une égalité ou une inégalité

On calcule séparément dans chaque membre de l'(in)égalité et on compare les résultats.

■ Énoncé

- 3 rend-il vrai l'égalité $2x^2 - 5 = x + 10$?
- 2 rend-il vrai l'inégalité $3x + 5 > 2x - 8$?

Correction

- pour $x = 3$:

$$2x^2 - 5 = 2 \times 3^2 - 5 = 2 \times 9 - 5 = 13$$

$$x + 10 = 3 + 10 = 13$$

3 rend vrai l'égalité $2x^2 - 5 = x + 10$.

- pour $x = 2$.

$$3x + 5 = 3 \times 2 + 5 = 6 + 5 = 11$$

$$2x - 8 = 2 \times 2 - 8 = 4 - 8 = -4$$

$11 > -4$ donc 2 rend vrai l'inégalité

$$3x + 5 < 2x - 8.$$

👉 Entraîne-toi à Vérifier si un nombre est solution d'équation ou d'inéquation

■ Énoncé

- 5 est-il solution de l'équation $6 - 3x = 2x + 4$?

Correction

- pour $x = -5$:

$$6 - 3x = 6 - 3 \times (-5) = 6 + 15 = 21$$

$$2x + 4 = 2 \times (-5) + 4 = -10 + 4 = -6$$

-5 n'est pas solution de $6 - 3x = 2x + 4$.

■ Énoncé

- 2 est-il solution de l'inéquation $3x + 5 < -2x - 8$?

- $x = -2$.

$$3x + 5 = 3 \times (-2) + 5 = -6 + 5 = -1$$

$$2x - 8 = -2 \times (-2) - 8 = 4 - 8 = -4$$

$-1 > -4$ donc -2 n'est pas solution de l'inéquation $3x + 5 < -2x - 8$.



Je me teste

Niveau 1

1 Simplifie les expressions en supprimant les signes $\times$ lorsque c'est possible.

$$A = b \times a$$

$$B = 5 \times x \times x \times x$$

$$C = (3,7 \times y - 1,5 \times z + 0,4 \times 3,5) \times 9$$

2 Remplace les signes $\times$ dans chacune des expressions suivantes.

$$A = 12ac + 35ab - 40bc$$

$$B = 1,2abc$$

$$C = 5,6(x^2 - 2,5y + 32)$$

3 Réduis, si possible, les expressions suivantes :

a. $x + x$

d. $3x + 2$

g. $0 \times x$

j. $5x \times 6x$

b. $x \times x$

e. $2x \times x$

h. $1 + 2x$

k. $4 \times x \times 5$

c. $2x + x$

f. $x^2 + x$

i. $0 + x$

l. $x \times x + x$

Niveau 2

4 Supprime les parenthèses dans les expressions suivantes.

$$A = x^2 - (4xy - 5y - 4x)$$

$$B = (2a + 5b - 4) - (a^2 - b^2 + 1)$$

$$C = -(-2x - 5) + (5 - 2x)$$

5 Réduis les expressions suivantes.

$$A = 3a - (6 + 7a^2) + 4a - 5$$

$$B = 4x(3x - 6) - (2x - 1)(3 + 5x)$$

6 Calcule la valeur de chacune des expressions pour $x = 2$ puis pour $x = 6$.

$$A = 3x(x + 5)$$

$$B = 7x - x^2$$

$$C = x^3 + 3x^2 - x$$

7 Calcule la valeur de chacune des expressions pour $a = 3$ et $b = 5$.

$$A = 4a + 5b - 56$$

$$B = a^3 + b^2 + 7ab$$

$$C = 2(5a + 3b + 1)$$

8 Calcule les expressions suivantes :

$$A = 6t - 8 \text{ pour } t = -3$$

$$B = -3x + 7 \text{ pour } x = -2 ;$$

$$C = -3y^2 - 8y - 5 \text{ pour } y = -3.$$

Niveau 3

9 On considère l'expression B écrite sous trois formes différentes :

La forme initiale : $B = (x - 5)^2 + 8x - 40$

La forme réduite : $B = x^2 - 2x - 15$

La forme factorisée : $B = (x - 5)(x + 3)$

a. Calcule l'expression B en utilisant les trois formes proposées d'abord pour $x = 5$, puis pour $x = 0$ et enfin pour $x = -3$.

b. Parmi les trois écritures de l'expression B, quelle est celle qui permet d'arriver au résultat en faisant le moins d'opérations pour $x = 5$? Pour $x = 0$? Et pour $x = -3$?

10 Parmi les nombres entiers de 0 à 10, lesquels rendent vraie l'égalité $4(x + 3) = 6x + 2$?

11 Les nombres 3, -2 et 5 sont-ils solutions de l'équation $x^2 + 4 = 3x + 14$?

12 Parmi -2 ; 0 ; $\frac{1}{2}$ et 3, lesquels sont solutions de l'inéquation $3x - 2 \leq 5x - 3$?

13 De quelles inéquations, parmi les suivantes, le nombre $-\frac{2}{3}$ est-il solution ?

• $7x + 3 > 2x - 2$

• $x - 9 \leq -3x + 2$

• $2x - 5 \geq x + 8$

• $-2x + 3 < 9$

→ Voir Corrigés p. 368

Calcul littéral

A7

Objectifs de cycle

■ Factoriser

Le facteur commun est « simple »

tests n° 1 et 2

Niveau 2

Le facteur commun est une expression littérale

tests n° 3, 4 et 5

Niveau 3

■ Développer en utilisant la distributivité simple

Avec des nombres positifs

tests n° 6

Niveau 1

Avec des nombres négatifs

tests n° 8 et 9

Niveau 2

■ Développer en utilisant la double distributivité

Avec des nombres positifs

tests n° 7

Niveau 1

Avec des nombres négatifs

tests n° 10

Niveau 2

■ Utiliser les identités remarquables

Factoriser

test n° 11

Niveau 3

Développer

test n° 12

Niveau 3

- Une fois introduit le rôle de la lettre et du signe égal, ce chapitre étudie les identités et comment transformer une expression littérale en une expression littérale qui lui est égale c'est à dire qui est vraie pour toutes valeurs que l'on donne aux lettres.
- À cet effet, la règle de la distributivité est introduite et étudiée puis étendue à la double distributivité.
- Les identités remarquables sont énoncées.

Propriété de la simple distributivité (de la multiplication sur l'addition)

Soient k , a et b trois nombres.

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b \text{ et } k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

» **Remarque :** Ces égalités s'utilisent dans les deux sens.

- Transformer de gauche à droite s'appelle **Développer**
- Transformer de droite à gauche s'appelle **Factoriser**

1) Factoriser

Définition

Factoriser, c'est transformer une somme algébrique en produit.

» Entraîne-toi à Factoriser une expression

Le facteur commun peut avoir plusieurs formes : un nombre en écriture décimale, en écriture fractionnaire, sous forme d'une lettre ; une expression littérale.

■ Énoncé

Factorise : $E = 14a - 7b$

Correction

$$\begin{aligned} E &= 14a - 7b \\ E &= 7 \times 2a - 7 \times b \\ E &= 7 \times (2a - b) \end{aligned}$$

■ Énoncé

Factorise : $F = -x^2 + 3x$.

Correction

$$\begin{aligned} F &= -x^2 + 3x \\ F &= (-x) \times x + 3 \times x \\ F &= x(-x + 3) \end{aligned}$$

■ Énoncé

Factorise :

$$D = (9x - 4)(5x + 6) + (9x - 4)(3x + 11).$$

Correction

$$\begin{aligned} D &= (9x - 4)(5x + 6) + (9x - 4)(3x + 11). \\ D &= (9x - 4)(5x + 6) + (9x - 4)(3x + 11) \\ D &= (9x - 4)[(5x + 6) + (3x + 11)] \\ D &= (9x - 4)[5x + 6 + 3x + 11] \\ D &= (9x - 4)(8x + 17) \end{aligned}$$

■ Énoncé

Factorise :

$$D = (9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11).$$

Correction

$$\begin{aligned} D &= (9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11). \\ D &= (9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11) \\ D &= (9x - 4)[(5x + 6) - (3x + 11)] \\ D &= (9x - 4)[5x + 6 - 3x - 11] \\ D &= (9x - 4)(2x - 5) \end{aligned}$$

Définition

Réduire une somme algébrique, c'est l'écrire avec **le moins de termes** possibles.

» Entraîne-toi à Réduire une somme en factorisant

■ Énoncé

$$\text{Réduis : } A = \frac{2}{3}x + \frac{5}{4}x$$

Correction

$$A = \frac{2}{3}x + \frac{5}{4}x = \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{4}\right)x = \frac{23}{12}x$$

2) Développer

Définition

Développer, c'est transformer un produit en somme algébrique.

A. Développer en utilisant la simple distributivité

👉 Entraîne-toi à Développer une expression

■ Énoncé

Développe : $A = 3(x + 7)$.

Correction

$$A = 3(x + 7)$$

$$A = 3 \times (x + 7)$$

$$A = 3 \times x + 3 \times 7$$

$$A = 3x + 21$$

■ Énoncé

Développe : $C = -3,5(x - 2)$.

Correction

$$C = -3,5(x - 2)$$

$$C = -3,5 \times (x - 2)$$

$$C = (-3,5) \times x + (-3,5) \times (-2)$$

$$C = -3,5x + 7$$

B. Développer en utilisant la double distributivité

Propriété de la double distributivité

Pour tous nombres relatifs a, b, c et d :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

👉 Entraîne-toi à Développer avec la double distributivité

■ Énoncé

Développe et simplifie l'expression suivante :
 $D = (3x + 1)(y + 4)$.

Correction

$$D = (3x + 1)(y + 4)$$

$$D = 3x \times y + 3x \times 4 + 1 \times y + 1 \times 4$$

$$D = 3xy + 12x + y + 4$$

■ Énoncé

Développe et simplifie l'expression suivante :
 $E = (3x - 1)(y - 4)$.

Correction

$$D = (3x - 1)(y - 4)$$

$$D = 3x \times y + 3x \times (-4) - 1 \times y - 1 \times (-4)$$

$$D = 3xy - 12x - y + 4$$

3) Utiliser les identités remarquables

Propriété

Pour tous nombres a et b ,

carré d'une somme : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

carré d'une différence : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

différence de deux carrés $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

A. Factoriser

↳ Entraîne-toi à Factoriser avec les identités remarquables

■ Énoncé

Factorise les expressions suivantes.

- $A = x^2 + 6x + 9$.
- $B = 25x^2 - 20x + 4$
- $C = 64x^2 - 49$.

Correction

- $A = x^2 + 6x + 9$
 $A = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$
 $A = (x + 3)^2$
- $B = 25x^2 - 20x + 4$
 $B = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 2 + 2^2$
 $B = (5x - 2)^2$
- $C = 64x^2 - 49$
 $C = (8x)^2 - 7^2$
 $C = (8x + 7)(8x - 7)$

B. Développer

↳ Entraîne-toi à Développer avec les identités remarquables

■ Énoncé

Développe et réduis les expressions suivantes

- $A = (x + 1)^2$
- $B = (x - 4)^2$
- $C = (3x - 5)^2$.
- $D = (7x + 2)(7x - 2)$.

Correction

- $A = (x + 1)^2$
 $A = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2$
 $A = x^2 + 2x + 1$
- $B = (x - 4)^2$
 $B = x^2 - 2 \times x \times 4 + 4^2$
 $B = x^2 - 8x + 16$
- $C = (3x - 5)^2$
 $C = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2$
 $C = 9x^2 - 30x + 25$
- $D = (7x + 2)(7x - 2)$
 $D = (7x)^2 - 2^2$
 $D = 49x^2 - 4$

Je me teste

Niveau 2

1 Factorise les expressions suivantes.

$$A = 10x - 8$$

$$B = 6y^5 - 8y^2$$

$$C = 3x^2 + 4x$$

2 Factorise les expressions suivantes.

$$D = 6x - 5x^2$$

$$E = 7uv + 21u^2$$

$$F = 2x + 10$$

$$G = 5a - 25$$

Niveau 3

3 Écris chacune des expressions suivantes sous la forme $a(x + 7)$.

$$A = 4x + 28$$

$$B = \frac{2}{3}x + \frac{14}{3}$$

$$C = 0,5x + 3,5$$

$$D = -5x - 35$$

4 Fais apparaître le facteur commun.

$$E = 3x^2 + 5xy$$

$$F = 25ab - 10a^2 + 30a$$

$$G = 4x(5 + 3x) + 7(5 + 3x)$$

5 Factorise $M = (x + 2)(x - 4) + (x + 2)(x - 5)$

Niveau 1

6 Complète : $A = x(3 + 2x) = x \times \dots + \dots \times 2x = \dots + \dots$

7 Développe $A = 5(x + 3)$.

Niveau 2

8 Complète.

$$B = 3a(4b - \dots) = \dots - 15a^2$$

$$C = 5x(3y - \dots) = \dots xy - 20x$$

9 Développe les expressions suivantes.

$$D = 3(a - 6b + 9)$$

$$E = -2t(5t - 4) \quad G = x^2(7x - 8)$$

10 Développe $A = (x + 7)(4y - 5)$ $B = (-a + b)(x - y)$ et $C = \left(\frac{x}{2} - 5\right)\left(2z - \frac{3}{2}\right)$.

Niveau 3

11 Factorise les expressions suivantes en utilisant une identité remarquable.

$$D = 16x^2 + 24x + 9$$

$$E = 49x^2 - 70x + 25$$

$$F = x^2 - 81$$

1 Développe et réduis les expressions suivantes.

$$A = (x + 6)^2$$

$$B = (x - y)^2$$

$$C = (3a + 1)^2$$

$$D = (6x - 5)^2$$

$$E = (z + 3)(z - 3)$$

$$F = (4x - 7y)(4x + 7y)$$

Équation, inéquation

A8

Objectifs de cycle

■ Résoudre une équation du 1^{er} degré

Type $ax = b$, $a + x = b$

Type $ax + b = c$, type $ax + b = cx + d$

Avec des fractions

test n° 1

Niveau 1

test n° 2

Niveau 2

test n° 3

Niveau 3

■ Résoudre une équation produit

test n° 4

Niveau 3

■ Résoudre une inéquation

test n° 5

Niveau 3

■ Résoudre un problème utilisant les équations

tests n° 6, 7 et 8

Niveau 2

Niveau 3

■ Résoudre un problème utilisant les inéquations

test n° 9

Niveau 3

- Une fois introduit le rôle de la lettre et du signe égal, ce chapitre étudie les résolutions d'équations qui consistent à trouver tous les nombres qui rendent l'égalité vraie. Les inéquations sont également étudiées à la suite.
- À cet effet, le vocabulaire puis les règles de résolution sont énoncées.
- Les équations produits sont abordées comme des équations se ramenant à des équations du 1^{er} degré.
- Les équations et inéquations sont utilisées ensuite pour résoudre des problèmes pour lesquels les procédures d'intuition ou d'essai-erreur ne suffisent plus.

Dans le chapitre A6, tu as appris à remplacer des lettres par leur valeur et évaluer ainsi des expressions. Dans ce chapitre, il s'agit de trouver TOUS les nombres qui rendent l'égalité vraie.

Définition

Une **(in)équation** est une (in)égalité entre deux expressions comportant des lettres appelées inconnues.

Des lettres différentes représentent des nombres *a priori* différents et une même lettre écrite à plusieurs endroits représente obligatoirement le même nombre.

» **Exemple 1 :** $2x^2 - 5 = x + 10$ est une **équation** où l'inconnue est désignée par la lettre x . Cette équation a deux membres : $2x^2 - 5$ (membre de gauche) et $x + 10$ (membre de droite).

» **Exemple 2 :** $3x - 2xy + 5y^2 > 5x^2y + 3$ est une **inéquation** à deux inconnues x et y .

Définitions

Résoudre une équation (ou une **inéquation**) d'inconnue x , c'est déterminer toutes les valeurs de x (si elles existent) pour lesquelles l'égalité (ou l'inégalité) est vraie. Chacune de ces valeurs est appelée **solution de l'équation** (ou de l'inéquation).

1) Résoudre une équation du premier degré

Propriétés

Une égalité reste vraie **si on ajoute ou si on soustrait un même nombre** à ses deux membres.

Une égalité reste vraie **si on multiplie ou si on divise** ses deux membres **par un même nombre non nul**.

Pour tous nombres a , b et c :

si $a = b$ alors $a + c = b + c$

si $a = b$ alors $a - c = b - c$

si $a = b$ alors $a \times c = b \times c$

si $a = b$ alors $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ (où $c \neq 0$)

» Entraîne-toi à Résoudre une équation

■ Énoncé

Résous les équations suivantes :

- $x - 5 = 3$
- $4x = 9$
- $\frac{x}{5} = 7$

Correction

• $x - 5 = 3$

$$x - 5 + 5 = 3 + 5$$

$$x = 8$$

La solution de cette équation est 8.

• $4x = 9$

$$4x \div 4 = 9 \div 4$$

$$x = \frac{9}{4}$$

La solution de cette équation est $\frac{9}{4}$.

• $\frac{x}{5} = 7$

$$\frac{x}{5} \times 5 = 7 \times 5 \text{ donc } x = 35$$

La solution de cette équation est 35.

■ Énoncé

Résous les équations suivantes.

- $3x + 8 = 9$
- $7x + 2 = 4x + 9$.

Correction

- $3x + 8 = 9$
 $3x + 8 - 8 = 9 - 8$
 $3x = 1$
 $3x \div 3 = 1 \div 3$
 $x = 1 \div 3$
La solution de cette équation est $\frac{1}{3}$.

- $7x + 2 = 4x + 9$
 $7x + 2 - 4x = 4x + 9 - 4x$
 $3x + 2 = 9$
 $3x + 2 - 2 = 9 - 2$
 $3x = 7$
 $3x \div 3 = 7 \div 3$
 $x = \frac{7}{3}$

La solution de cette équation est $\frac{7}{3}$

Définition

Une **équation-produit** est la forme factorisée d'une équation du second degré qui se résout en utilisant les techniques de résolution des équations du premier degré.

Propriété

Un produit est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

👉 Entraîne-toi à Résoudre une équation produit

■ Énoncé

Résous $(x + 3)(x - 7) = 0$.

Pour que ce produit soit nul, il faut et suffit que l'un de ses facteurs au moins soit nul.

C'est-à-dire : $x + 3 = 0$ ou $x - 7 = 0$
 $x = -3$ ou $x = 7$

Les solutions de l'équation-produit $(x + 3)(x - 7) = 0$ sont -3 et 7 .

2) Résoudre une inéquation du 1^{er} degré

Propriétés

On **ne change pas** le sens d'une inégalité si on ajoute ou si on soustrait un même nombre à ses deux membres.

On **ne change pas** le sens d'une inégalité si on multiplie ou si on divise ses deux membres par un même nombre **positif non nul**.

On **change** le sens d'une inégalité si on multiplie ou si on divise ses deux membres par un même nombre **négatif non nul**.

Pour tous nombres a , b et c :

si $a \leq b$ alors $a + c \leq b + c$

si $a \leq b$ alors $a - c \leq b - c$

si $a \leq b$ et $c > 0$ alors

$a \times c \leq b \times c$ et $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$

si $a \leq b$ et $c < 0$ alors

$a \times c \geq b \times c$ et $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$

➤ Entraîne-toi à Résoudre une inéquation

■ Énoncé

Résous l'inéquation suivante d'inconnue x :

$$7x - 3 > 2x - 1.$$

Résous l'inéquation suivante d'inconnue x :

$$-3x - 8 \leq x - 1.$$

Correction

$$\begin{aligned} 7x - 3 &> 2x - 1 \\ 7x - 3 - 2x &> 2x - 1 - 2x \\ 5x - 3 &> -1 \\ 5x - 3 + 3 &> -1 + 3 \\ 5x &> 2 \\ x &> \frac{2}{5} \end{aligned}$$

Les solutions sont tous les nombres strictement supérieurs à $\frac{2}{5}$.

Correction

$$\begin{aligned} -4x - 8 &\leq -1 \\ -4x &\leq 7 \\ x &\geq -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

Les solutions sont tous les nombres supérieurs ou égaux à $-\frac{7}{4}$.

3 Résolution de problèmes

Définition

Mettre en équation un problème, c'est traduire son énoncé par une égalité mathématique avec une inconnue. Résoudre l'équation trouvée permet de répondre au problème posé.

➤ Entraîne-toi à Résoudre un problème

■ Énoncé

Trouve le nombre tel que son quintuple augmenté de 7 soit égal à 3.

Correction

Étape n°1 : Choix de l'inconnue

Soit x le nombre cherché.

Étape n°2 : Mise en équation

Le quintuple du nombre augmenté de 7 est $5x + 7$.

Pour trouver le nombre recherché, il suffit de résoudre : $5x + 7 = 3$

■ Énoncé

Jean a eu 50 € de la part de ses grand-parents pour son anniversaire. Il souhaite s'acheter des BD Manga. Sur internet, un livre coûte 6,90 € avec 10 € de frais de port. Combien peut-il s'acheter de livres ?

Correction

Étape n°1 : Choix de l'inconnue

Soit x le nombre de livres que Jean pourra acheter.

Étape n°3 : Résolution de l'équation

$$5x + 7 = 3$$

$$5x + 7 - 7 = 3 - 7$$

$$5x = -4$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{-4}{5}$$

Étape n°4 : Conclusion

Le nombre cherché est donc $-\frac{4}{5}$.

Étape n°2 : Mise en équation

Un livre coûte 6,90 € donc x livres coûteront $6,90 \times x$ €. Avec 10 € de frais de port, cela fera $6,90 \times x + 10$ €.

Il suffit de résoudre : $6,90 \times x + 10 < 50$

Étape n°3 : Résolution de l'inéquation

$$6,90 \times x < 40 \quad x < 40 \div 6,90$$

Étape n°4 : Conclusion

Jean pourra s'acheter 5 livres.



Je me teste

Niveau 1

1 Résous les équations suivantes.

- a. $6x = 24$
- b. $8+x = 51$

Niveau 2

2 Résous les équations suivantes.

- a. $3x + 5 = 4$
- b. $7x + 8 = 14x$
- c. $5x - 3 = 7 + 9x$

Niveau 3

3 Simplifie les équations suivantes puis résous-les.

- a. $7(2x + 3) - 23 = -x + 5(2x + 1)$
- b. $\frac{x}{3} + 2 = \frac{5x}{6} - 1$
- c. $(x + 1)(x - 2) = x^2 + 2$

4 Résous les équations produit suivantes.

- a. $(x - 4)(x + 9) = 0$
- b. $(4x - 1)(9x - 2) = 0$
- c. $(3x + 2)^2 = 0$

5 Résous les inéquations d'inconnue x suivantes.

- a. $7x + 3 > 2x - 2$
- b. $2x - 5 \geq 4x + 8$
- c. $-5x - 9 \leq -x + 2$
- d. $-2x + 3 < -9$

6 Que vaut le nombre x si le triple de la différence de x et de 7 est égal à la moitié de la somme de x et de 1 ?

7 J'ai deux ans de plus que Julie et Marc a le double de mon âge. À nous trois, nous avons 110 ans. Quel est mon âge ?

8 Trouve la (ou les) valeur(s) de x pour qu'un parallélogramme de base $(4x - 5)$ et de hauteur 7 et un rectangle de longueur $(3x + 1)$ et de largeur $(4x - 5)$ aient la même aire.

9 Après avoir ajouté 5 au triple d'un nombre, on obtient un nombre négatif. Que peux-tu dire du nombre choisi au départ ?

Proportionnalité

B1

Objectifs de cycle

■ Repérer une situation de proportionnalité

Reconnaître deux grandeurs proportionnelles liées par une formule

Niveau 1

Reconnaître un tableau de proportionnalité

test n° 1

Niveau 1

Reconnaître un graphique représentant une situation de proportionnalité

tests n° 6, 7

Niveau 2

■ Résoudre un problème de proportionnalité

tests n° 2, 3

Niveau 1

Niveau 2

■ Utiliser ou calculer un pourcentage

Utiliser un pourcentage

test n° 4

Niveau 1

Calculer un pourcentage

test n° 8

Niveau 2

Utiliser ou calculer un taux

tests n° 9 et 10

Niveau 3

■ Utiliser ou calculer une échelle

test n° 5

Niveau 1

- Les techniques de calculs sont vues en cycle 3, le chapitre repose essentiellement sur la résolution de problèmes.
- Le cours reprend l'ensemble des notions de proportionnalité avec des exemples pour permettre à l'élève de s'y reporter au besoin.
- Les exercices de base sont réduits au minimum et les problèmes sont beaucoup plus nombreux avec des propositions de projets interdisciplinaires.

1) Repérer une situation de proportionnalité

Définitions

- Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant par un même nombre non nul les valeurs de l'autre. Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.
- Deux grandeurs proportionnelles sont deux grandeurs qui varient dans les mêmes proportions.
- Un tableau qui contient des données proportionnelles s'appelle un **tableau de proportionnalité**.

» **Remarque :** Avec des grandeurs G_1 et G_2 proportionnelles, si on multiplie G_1 par k pour obtenir G_2 , cela revient à diviser G_2 par k (ou le multiplier par $\frac{1}{k}$) pour obtenir G_1 .

» Exemple

À la station service, la machine affiche 1,5 € au litre. Le prix à payer s'obtient en multipliant le volume distribué par le prix au litre.

C'est-à-dire : $\text{prix} = 1,5 \times \text{volume}$
Le prix est proportionnel au volume d'essence.

» Entraîne-toi à Reconnaître deux grandeurs proportionnelles liées par une formule

■ Énoncé

- Quelles sont les formules donnant la longueur et l'aire d'un cercle à partir de son rayon ?
- La longueur d'un cercle est-elle proportionnelle à son rayon ?
- L'aire d'un disque est-elle proportionnelle à son rayon ?

Correction

- $L = 2 \times \pi \times \text{rayon}$ et $A = \pi \times \text{rayon}^2$
- La longueur d'un cercle est obtenue en multipliant son rayon par $2 \times \pi$. Donc la longueur d'un cercle est proportionnelle à son rayon. Le coefficient de proportionnalité est $2 \times \pi$.
- $A = \pi \times \text{rayon}^2 = \pi \times \text{rayon} \times \text{rayon}$. Pour obtenir l'aire d'un disque, on multiplie son rayon par $\pi \times \text{rayon}$. Ce n'est pas un nombre fixe. Donc l'aire d'un disque n'est pas proportionnelle à son rayon.

» Entraîne-toi à Reconnaître un tableau de proportionnalité

■ Énoncé

Les tableaux ci-dessous sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

a.

5	8	14	19	24
12	19,2	33,6	45,6	57,6

b.

12	18	32	27	54
8	12	20	18	36

Correction

a. On calcule les quotients, pouvant être le coefficient de proportionnalité :

$$\frac{12}{5} = 2,4 ; \frac{19,2}{8} = 2,4 ; \frac{33,6}{14} = 2,4 ;$$

$$\frac{45,6}{19} = 2,4 ; \frac{57,6}{24} = 2,4 ;$$

Ils sont égaux donc c'est un tableau de proportionnalité de coefficient **2,4**.

b. $\frac{12}{8} = 1,5$; $\frac{18}{12} = 1,5$; $\frac{32}{20} = 1,6$

On a trouvé un quotient différent des deux précédents, il est donc inutile de calculer les suivants. Ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

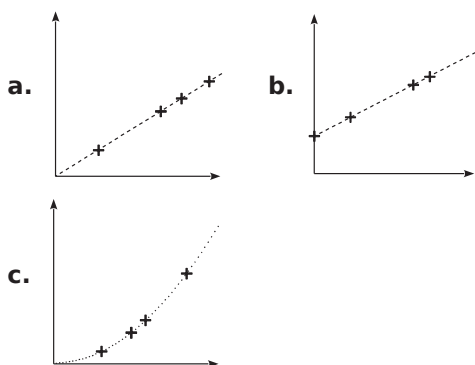
Propriété

Une situation représentée par des points alignés avec l'origine du repère est équivalente à **une situation de proportionnalité**.

Entraîne-toi à Reconnaître un graphique représentant une situation proportionnalité

Énoncé

Le(s)quel(s) de ces trois graphiques représente(nt) une situation de proportionnalité ?



Correction

- a. Les points sont **alignés** avec l'origine du repère donc c'est une situation de proportionnalité.
- b. Les points sont **alignés mais pas avec l'origine du repère** donc ce n'est pas une situation de proportionnalité.
- c. Les points **ne sont pas alignés** donc ce n'est pas une situation de proportionnalité.

2) Résoudre un problème de proportionnalité

Exemple 1 : en utilisant les règles sur les colonnes

La prime annuelle d'un vendeur est proportionnelle au montant des ventes qu'il a réalisées pendant l'année. Le directeur utilise le tableau suivant pour verser les primes à ses vendeurs. Les cases colorées peuvent se remplir en utilisant les règles portant sur les colonnes.

	Les ventes sont divisées par 4...	...donc les ventes doublent.	Les montants s'additionnent...			
Ventes (en €)	2 000	8 000	16 000	18 000	20 000	38 000
Primes (en €)	125	500	1 000	1 125	1 250	2 375
	...donc les primes sont divisées par 4.	La prime double...	...donc les primes s'additionnent.			

Exemple 2 : en utilisant le coefficient de proportionnalité

Le carburant pour un motoculteur est un mélange d'essence et d'huile où les doses d'huile et d'essence sont proportionnelles : il faut 2 doses d'huile pour 3 doses d'essence. Pour trouver la quantité d'essence nécessaire à 4,5 L d'huile, on utilise le coefficient de proportionnalité : $3 : 2 = 1,5$.

Dose d'huile (en L)	2	4,5
Dose de super (en L)	3	x

$\times 1,5$

On multiplie par le coefficient de proportionnalité et on obtient :

$$x = 4,5 \times 1,5 = 6,75$$

» Exemple 3 : en utilisant les produits en croix

À la boulangerie de Nabila, cinq baguettes coûtent 4,5 €. Pour calculer le prix de trois baguettes, on peut utiliser les produits en croix.

Nombre de baguettes	5	3
Prix en €	4,25	?

L'égalité des produits en croix donne : $5 \times ? = 4,25 \times 3$.

Donc : $? = \frac{4,25 \times 3}{5} = 2,55$

Trois baguettes coûtent 2,55 €

3 Utiliser ou calculer un pourcentage

Définition

Un **pourcentage** traduit une situation de proportionnalité où la quantité totale est ramenée à 100.

Astuce :

Pour organiser les données, on pourra utiliser le tableau de proportionnalité suivant :

	Valeurs de l'énoncé	Pourcentage
Portion		
Quantité totale		100

» Entraîne-toi à Utiliser un pourcentage

■ Énoncé

Julien obtient une réduction de 15 % sur un vélo valant 158 €.
Quel est le montant de la réduction obtenue par Julien?

Tri des données :

	En €	En %
réduction	?	15
total	158	100

Correction

Julien obtient une réduction de 15 % sur un vélo valant 158 €.

$$158 \times \frac{15}{100} = 23,7$$

Le montant de la réduction obtenue par Julien est de 23,70 €.

» Entraîne-toi à Calculer un pourcentage

■ Énoncé

Macha fait les courses pour le petit-déjeuner de sa famille. Elle achète : 3 pains au chocolats, 4 croissants, 2 petits pains au noix, 9 pains complets, 7 pommes et 5 oranges.
Quel est le pourcentage de fruits dans ces courses ?

Tri des données :

	nombre	En %
Fruits	7+5=12	?
Articles	3+4+2+9+7+5=30	100

Correction

L'égalité des produits en croix donne :

$$? \times 30 = 12 \times 100$$

$$\text{Donc } ? = 12 \times 100 \div 30 = 40$$

Il y a 40 % de fruits dans ces courses.

Propriété

Dans une réduction ou une augmentation de $p\%$, la nouvelle quantité représente respectivement $(100 - p)\%$ ou $(100 + p)\%$ de la quantité initiale.

👉 Entraîne-toi à Utiliser et calculer un taux

■ Énoncé 1

Le jour des soldes, une paire de chaussures à 120 € est soldée à 35 %.
Quel est son nouveau prix ?

Correction

Soit P le nouveau prix.

$$P = (1 - 35\%) \times 120 = (1 - 0,35) \times 120 = 78$$

Le nouveau prix des chaussures est 78 €.

■ Énoncé 2

Le prix de l'essence était de 1,35 € en 2011.
Il est de 1,55 € aujourd'hui.
Quel est le pourcentage d'augmentation ?

Correction

Soit p le pourcentage d'augmentation.

$$1,55 = (1 + p) \times 1,35 \text{ donc}$$

$$1 + p = 1,55 \div 1,35 \text{ soit } p \approx 0,148.$$

L'essence a augmenté d'environ 15 %.

4) Utiliser ou calculer une échelle

Définition

Les dimensions sur un plan (ou sur une carte) sont proportionnelles aux dimensions réelles.

L'échelle du plan (ou de la carte) est le coefficient de proportionnalité qui permet d'obtenir les dimensions sur le plan en fonction des dimensions réelles.

Il s'exprime souvent sous forme fractionnaire : $\frac{\text{dimensions sur le plan}}{\text{dimensions réelles}}$.

(Les dimensions sont exprimées dans la même unité.)

👉 Entraîne-toi à Utiliser ou calculer une échelle

■ Énoncé

Sur la maquette d'une maison à l'échelle 1/48,

- Quelle est la taille réelle d'une pièce longue de 12 cm sur la maquette ?
- Quelle est la taille sur la maquette d'une pièce de 7,2 m de long dans la réalité ?

Correction

On exprime toutes les dimensions en cm.

L'échelle est le coefficient de proportionnalité.

sur la maquette (en cm)	1	12	x
En réalité (en cm)	48	y	720

$\times 48$

Après calcul, on conclut :

La taille réelle d'une pièce longue de 12 cm sur la maquette est 576 cm (ou 5,76 m).

La taille sur la maquette d'une pièce de 7,2 m de long dans la réalité est 15 cm.

Je me teste

Niveau 1

1 Recopie puis complète les tableaux de proportionnalité suivants.
Tu indiqueras la méthode que tu as choisie pour chacun des tableaux et pourquoi.

a.

1		6	
3	12		51

b.

2,5	5		50
	6	18	

c.

1	2		3,5
	9	45	

2 Dans une recette, les quantités d'ingrédients sont proportionnelles au nombre de personnes qui mangent : il faut 420 g de riz pour 6 personnes.

- a.** Quelle quantité de riz faut-il pour 2 personnes ? Pour 8 personnes ?
b. Combien de personnes pourrai-je nourrir avec 630 g de riz ?
Et avec 2,1 kg de riz ?

3 Un œuf est constitué principalement de trois parties (le reste peut être négligé) :

- la coquille qui représente 10 % de la masse de l'œuf ;
- le blanc qui en représente 60 % ;
- le jaune.

Sachant qu'un œuf moyen pèse 60 g, calcule de deux façons la masse du jaune.

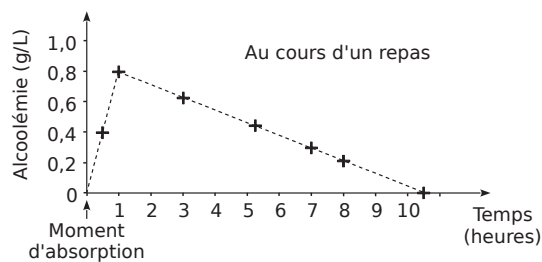
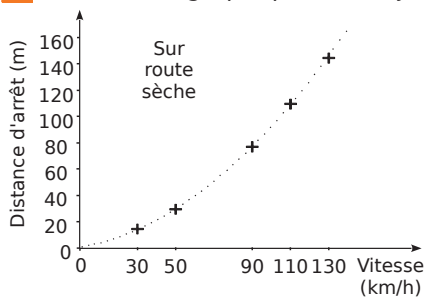
4 Sur 600 poulets, 40 % sont des coqs. Combien y a-t-il de coqs ?

5 Élise réalise le plan de sa chambre (qui est un rectangle de 5,5 m sur 3,8 m) à l'échelle 1/50. Calcule les dimensions sur le plan.

Niveau 2

6 À la halle aux fruits, le kilogramme de clémentines est vendu 2,20 €. Représente graphiquement le prix à payer en fonction de la masse de clémentines achetées (prends 1 cm pour 1 kg en abscisse et 1 cm pour 1 € en ordonnée).

7 À l'aide des graphiques et en justifiant, réponds aux questions.



- a.** L'alcoolémie (concentration d'alcool dans le sang) est-elle proportionnelle au temps ?
b. La distance d'arrêt est-elle proportionnelle à la vitesse ?

8 Pour faire un gâteau, je fais fondre une tablette de 100 g de chocolat dont la teneur en cacao est de 70 % avec une tablette de 200 g dont la teneur en cacao est de 85 %.

- a.** Calcule la masse de cacao contenue dans le mélange ainsi constitué.
b. Quel est le pourcentage de cacao dans ce mélange ?

Niveau 3

9 Un ordinateur est vendu 450 € HT. À ce prix s'ajoute la TVA qui représente 20 % du prix HT. Quel est le prix de l'ordinateur ?

10 Un commerçant revend un article 44,50 € acheté 32 € à un grossiste. Quel pourcentage d'augmentation applique-t-il ?

→ Voir Corrigés p. 368

Statistique et probabilité

B2

Objectifs de cycle

■ Vocabulaire, effectifs et fréquences

Calculer des fréquences

test n° 1

Niveau 1

■ Représenter des données

Représenter les données sous forme de diagramme

test n° 2

Niveau 1

■ Moyenne d'une série statistique

Calculer la moyenne à partir des données

tests n° 3 et 4

Niveau 1

Calculer la moyenne à partir des effectifs

test n° 5

Niveau 1

■ Calculer une médiane, une étendue

test n° 6

Niveau 2

■ Probabilités

test n° 7 à 9

Niveau 3

- En cycle 3, les élèves recueillent et trient des informations. Le cycle 4 donne les outils mathématiques pour poursuivre l'étude d'une collection de données.
- Le vocabulaire et les premières notions (effectifs et fréquences) sont abordés puis leur représentation soit sous forme de tableaux soit sous forme de diagrammes est étudiée.
- Pour permettre l'interprétation et la comparaison de séries statistiques, des caractères sont étudiés : moyenne, médiane, étendue.
- Les probabilités sont abordées.

1) Vocabulaire, effectif et fréquence

A. Maîtriser le vocabulaire des statistiques

Définitions

Lorsque l'on réalise une enquête, on est amené à étudier des **caractères** propres à chaque **individu**. L'ensemble des individus est appelé la **population**.

Le caractère peut être **qualitatif** (la couleur des cheveux, les sports pratiqués ou le type de film préféré) ou **quantitatif** (la taille, l'âge, le temps passé devant la télévision).

L'ensemble des données collectées s'appelle une **série statistique**. Avant traitement, elle est appelée **série brute**.

» **Exemple** : On a demandé aux 28 élèves d'une classe leur régime (demi-pensionnaire – DP – ou externe E). La série brute des résultats de cette enquête est la suivante :

E	DP	E	E	E	DP	E	DP	DP	DP	E	DP	DP	E	E	DP	DP	E	E	E	DP	E	E	DP	DP	E	E	DP
---	----	---	---	---	----	---	----	----	----	---	----	----	---	---	----	----	---	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----

La population étudiée est l'ensemble des élèves de la classe ;

les individus sont chacun des élèves de cette classe ;

le caractère étudié est qualitatif : il s'agit du régime (DP ou E).

B. Calculer des effectifs

Définitions

Le nombre total d'individus de la population est appelé **effectif total de la série**.

Le nombre d'individus qui possèdent un même caractère est appelé **effectif du caractère**.

» **Exemple** : Dans l'exemple précédent, l'effectif total est 28 (car il y a 28 élèves) ; l'effectif du caractère « demi-pensionnaire » est 13 et celui du caractère « externe » est 15.

C. Calculer des fréquences

Définition

La **fréquence d'une valeur** est le quotient : $\frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}$.

Elle peut être exprimée sous forme décimale (exacte ou approchée) ou fractionnaire. C'est un nombre entre 0 et 1.

La **fréquence en pourcentage** est l'écriture de la fréquence sous forme de pourcentage : $\frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}} \times 100$

» Entraîne-toi à Calculer une fréquence

■ Énoncé

Dans une classe de 30 élèves, il y a 12 filles. Calcule la fréquence puis la fréquence en pourcentage des filles dans cette classe.

Correction

Il y a dans la classe **12** filles **sur 30** élèves.

La fréquence des filles est donc $\frac{12}{30}$.

Et $\frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0,4$ Or $\frac{2}{5} \times 100 = 40$ ou

$0,4 \times 100 = 40$

Donc 40 % des élèves de cette classe sont des filles.

2) Représenter et lire des données

A. Tableau de données et regroupement par classes

Définition

Un tableau permet de **regrouper** et d'**organiser** des données, de **lire** et d'**interpréter** facilement des informations.

» **Exemple :** Dans le tableau suivant, le nombre **727** indique qu'il y avait 727 millions d'habitants en 1995 en Europe. **35** indique qu'il y avait 35 millions d'habitants en 2008 en Océanie.

Continent	Population en millions d'habitants	
	Année 1995	Année 2008
Afrique	728	987
Asie	3 458	4 075
Europe	727	731
Amérique latine	482	579
Amérique du Nord	293	342
Océanie	28	35

Définition

Si on étudie un caractère quantitatif, on peut **regrouper les données par classes** pour limiter la taille du tableau de données. On détermine alors les effectifs de chaque classe.

» **Exemple :** La série brute est constituée de la taille en centimètre de 28 élèves.

155	151	153	148	155	153	148	152	151	153	156	147	145	156
154	156	149	153	155	152	149	148	152	156	153	148	148	150

La population étudiée est constituée par les élèves de la classe. Son effectif total est 28. Le caractère étudié – leur taille – est quantitatif. On regroupe ces données par classes d'amplitude 4 cm.

Taille comprise (en cm)	Entre 145 et 149	Entre 150 et 154	Entre 155 et 159
Effectif	9	12	7

B. Diagrammes

Définitions

Dans un **diagramme circulaire** (ou semi-circulaire), les mesures des angles au centre sont proportionnelles aux quantités représentées.

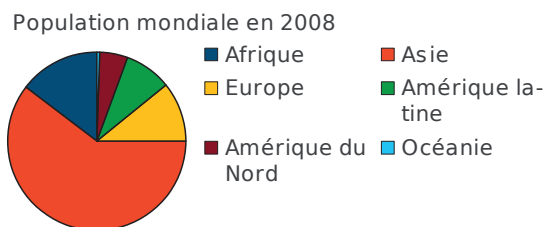
Dans un **diagramme en barres (ou en bâtons)**, les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux quantités représentées.

Propriétés

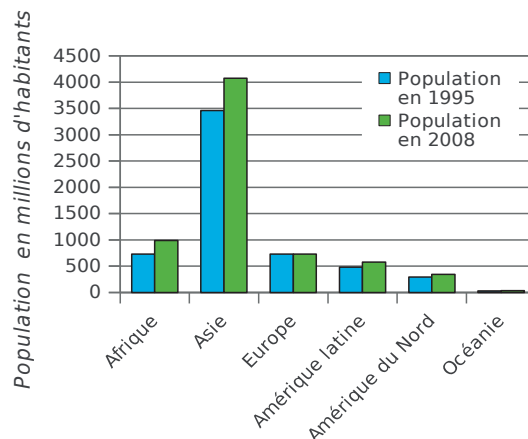
Pour représenter une situation, il existe plusieurs types de représentations :

- le graphique qui montre les évolutions
- le diagramme circulaire qui montre les proportions
- le diagramme en barres (ou en bâtons) qui montre les répartitions
- l'histogramme pour les séries regroupées en classes

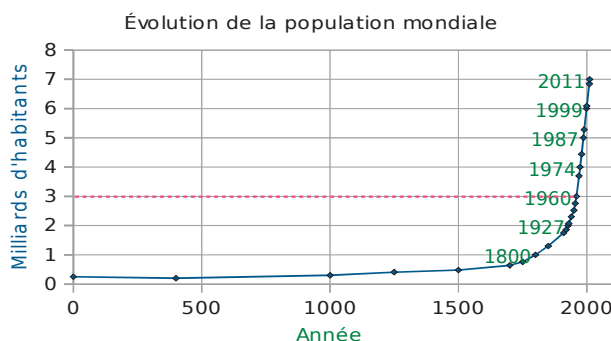
» **Exemple 1 :** Ci-dessous, on a construit un diagramme circulaire représentant la population par continent en 2008, en millions d'habitants. Plus de la moitié de la population mondiale en 2008 se trouve en Asie car l'angle du secteur orange mesure plus de 180° .



» **Exemple 2 :** Ci-contre, on a construit un diagramme en barres représentant la population en 1995 et en 2008, en millions d'habitants, par continent. Il permet de voir que la population en Asie est la plus importante des cinq continents, que ce soit en 1995 ou en 2008 et que c'est en Asie que l'écart entre la population en 1995 et celle en 2008 est le plus grand.



» **Exemple 3 :** Voici un diagramme qui donne l'évolution de la population mondiale en milliards d'habitants en fonction de l'année. On peut lire que les 3 milliards d'habitants ont été atteints en 1960 (pointillés roses).



3 Moyenne d'une série statistique

Formule

Si $x_1, x_2, \dots, x_p$ représentent les valeurs du caractère de la série, et M la moyenne de cette série statistique, on a alors : $M = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_p}{p}$.

» Entraîne-toi à Calculer la moyenne d'une série statistique

■ Énoncé

Sophie a calculé le temps qu'elle a passé devant la télévision la semaine dernière.

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Temps en min	62	57	110	60	46	122	131

Calcule le temps moyen passé par Sophie devant la télévision.

Correction

On calcule la moyenne : $M = \frac{62+57+110+60+46+122+131}{7} = \frac{588}{7} = 84$ min.

Sophie a passé, en moyenne, 84 min (soit 1 h 24 min) par jour devant la télévision la semaine dernière. **C'est comme si elle l'avait regardé 84 minutes par jour.**

■ Énoncé

Les élèves de 4^eB du collège de Potigny ont indiqué le nombre de livres qu'ils ont lus durant le mois de septembre. Voici les résultats de l'enquête.

Nombre de livres lus	0	1	2	3	7	8	15
Effectif	12	4	3	3	1	1	1

Calcule le nombre de livres lus, en moyenne par les élèves de 4^eB en septembre.

Correction

On calcule l'effectif total de la classe : $12 + 4 + 3 + 3 + 1 + 1 + 1 = 25$.

3 élèves ont lu 2 livres : la valeur du caractère 2 est 2×3 .

$$M = \frac{0 \times 12 + 1 \times 4 + 2 \times 3 + 3 \times 3 + 7 \times 1 + 8 \times 1 + 15 \times 1}{25} = \frac{49}{25} = 1,96$$

Les élèves de 4^eB de ce collège ont lu, en moyenne, 1,96 livre au mois de Septembre.

» **Remarque :** Si les données sont regroupées par classe, on choisit une valeur de l'intervalle pour effectuer le calcul de la moyenne. Classiquement, on prend la valeur centrale de la classe.

4 Calculer une médiane, une étendue

Définitions

- La **médiane** m d'une série dont les valeurs sont ordonnées est la plus petite valeur telle qu'il y ait au moins la moitié de l'effectif inférieur à cette valeur.
- L'**étendue** d'une série est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs prises par cette série.

👉 Entraîne-toi à Calculer une médiane ou l'étendue d'une série statistique

■ Énoncé

Voici le temps consacré, en minutes, au petit-déjeuner par 16 personnes.

16	12	1	9	17	19	13	10	4	8	7	8	14	12	14	9
----	----	---	---	----	----	----	----	---	---	---	---	----	----	----	---

Détermine une valeur médiane, ainsi que l'étendue de cette série statistique.

Correction

On commence par ranger les 16 valeurs dans l'ordre croissant.

1	4	7	8	8	9	9	10	12	12	13	14	14	16	17	19
---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----

- Tout nombre compris entre la 8^e et la 9^e valeur peut être considéré comme médiane. En général, on prend la moyenne de ces deux valeurs : $m = 11$.
- $19 - 1 = 18$ donc l'étendue est 18.

■ Énoncé

Le syndicat de la chaussure a réalisé une étude auprès d'un échantillon représentatif de 1 012 adultes pour connaître la répartition des pointures.

Pointure	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
Fréquence (en %)	2,3	4,3	7,6	10,8	11,4	13,6	13,7	11,3	9,4	8,1	5,3	2,2

Quelle est la pointure médiane en France ?

Correction : On complète le tableau avec une ligne de fréquences cumulées.

Pointure	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
Fréquence (en %)	2,3	4,3	7,6	10,8	11,4	13,6	13,7	11,3	9,4	8,1	5,3	2,2
Fréq. Cumulées	2,3	6,6	14,2	25	36,4	50	63,7	75	84,4	92,5	97,8	100

50 % de la population a une pointure inférieure ou égale à 40.

La pointure médiane en France est 40.

5) Probabilités

Définition

Une **expérience aléatoire** est une expérience renouvelable à l'identique, dont les résultats possibles sont connus sans qu'on puisse déterminer lequel sera réalisé.

» **Exemple :** Lancer deux dés à 6 faces est une expérience renouvelable dont les résultats possibles sont tous les nombres entiers de 2 à 12.

Vocabulaire

Les résultats possibles s'appellent des **issues**.

Un **événement** est un ensemble d'issues.

Un événement élémentaire est un événement qui ne contient qu'une seule issue.

La **probabilité d'un événement** estime sa chance de se produire.

» **Exemple :** Aux « petits chevaux », il faut faire 6 avec un dé pour sortir un cheval de l'écurie. L'événement contraire « ne pas sortir de l'écurie » est composé des issues : « obtenir 1 », « obtenir 2 », « obtenir 3 », « obtenir 4 » et « obtenir 5 ».

» **Remarque :** Le résultat d'un calcul de probabilité est théorique et peut ne pas correspondre à la réalité d'une expérience puisqu'en jouant 10 fois à pile ou face, par exemple, il est rare d'obtenir 5 fois « pile » et 5 fois « face ».

Définition

Une **situation d'équiprobabilité** est une expérience où toutes les issues ont la même chance de se produire.

Propriété

En cas **d'équiprobabilité**, une probabilité se calcule par : $\frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues possibles}}$.

» **Exemple :**

- Avec un dé cubique « non truqué » toutes les issues ont la même probabilité de se produire : $\frac{1}{6}$
- Dans le jeu « pile ou face », avec une pièce équilibrée, la probabilité d'obtenir « pile » est $\frac{1}{2}$.

Propriété

Une **probabilité** est un nombre compris entre 0 et 1.

Plus la probabilité est proche de 1, plus l'événement a de chance de se réaliser.

Si elle est égale à 1, l'événement se produit systématiquement. Il est **certain**.

Une probabilité nulle traduit que l'événement est impossible.

» **Remarques :** Une probabilité s'exprime également sous forme fractionnaire et souvent de pourcentage. Un événement a une probabilité 0,1 de se produire signifie qu'il a une chance sur 10 de se produire. Elle peut aussi s'écrire sous forme fractionnaire ($\frac{1}{10}$) ou s'exprimer en pourcentage (10%)

» Entraîne-toi à Calculer une probabilité

■ Énoncé

Détermine la probabilité de tirer un as ou un trèfle dans un jeu de 32 cartes.

Correction

Dans un jeu de 32 cartes, il y a quatre as et huit trèfles (dont un as). Il y a donc onze chances sur 32 de tirer un as ou un trèfle soit une probabilité de $\frac{11}{32}$.



Je me teste

Niveau 1

1 À l'école maternelle Jean Moulin, il y a 120 enfants dont 36 en grande section, 54 en moyenne section et 30 en petite section. À l'école maternelle Alphonse Daudet, il y a 63 enfants en grande section, 72 en moyenne section et 45 en petite section. Calcule, pour chacune de ces deux écoles, la fréquence en pourcentage de chaque catégorie d'enfant.

2 À la fin de l'année scolaire 2002/03, l'orientation des élèves de 3^e a donné les résultats suivants (source INSEE) :

3^e (Doublement)..... 38 898
2nde 362 573
BEP..... 151 736

CAP..... 36 626
Autres..... 456

Construis un diagramme semi-circulaire représentant ces données.

3 Voici un tableau donnant la production française de deux produits agricoles entre 2000 et 2004 (en millions de tonnes).

	2000	2001	2002	2003	2004
Blé tendre	35,7	30,2	37,3	29,0	35,6
Maïs	16,0	16,4	16,4	12,0	16,4

Calcule la production moyenne de blé tendre en France entre 2000 et 2004.

(source INSEE)

Quelle est la production moyenne de maïs en France entre 2002 et 2004 ?

4 Revenu moyen des couples avec un enfant en euros et par an.

À l'aide du tableau, calcule quel était, en moyenne, le revenu annuel d'un couple avec un enfant de 2002 à 2004.

	2002	2003	2004
Couple avec un enfant	38 040	37 359	37 551

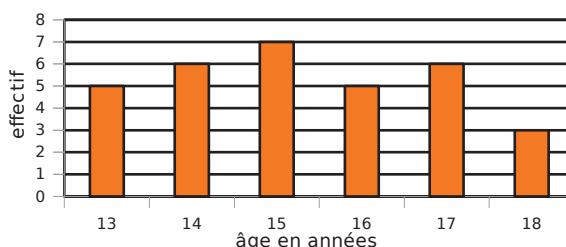
(source INSEE)

Niveau 2

5 Voici la répartition par âge des membres d'un club d'échec à Caen. Calcule l'âge moyen des membres de ce club d'échec.

6 On donne les longueurs, en km, de chacune des étapes du Tour de France 2008.
195 ; 165 ; 195 ; 29 ; 230 ; 195 ; 158 ; 174 ;
222 ; 154 ; 166 ;
168 ; 182 ; 182 ; 216 ; 157 ; 210 ; 197 ; 163 ;
53 ; 143.

Détermine une valeur médiane et l'étendue de cette série statistique.



Niveau 3

7 Un dé a six faces (une verte, deux jaunes, trois bleues).

- Quelle est la probabilité d'obtenir le vert ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir le jaune ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir le bleu ?

8 Dans une classe de 25 élèves, 6 élèves portent des lunettes et 10 mangent à la cantine. Si on choisit un élève au hasard, quelle est la probabilité qu'il porte des lunettes ? Qu'il mange à la cantine ? Donne le résultat en écriture fractionnaire puis en pourcentage.

9 Dans une urne, il y a une boule rouge, quatre bleues et trois noires, indiscernables au toucher. On tire successivement avec remise deux boules. Détermine la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes.

Fonctions

B3

Objectifs de cycle

■ Modéliser une situation

Déterminer une fonction

Déterminer une image à partir d'une expression

Déterminer un antécédent à partir d'une expression

test n° 1

tests n° 2, 3 et 4

test n° 5

Niveau 3

Niveau 3

Niveau 3

■ Représentations d'une fonction

Utiliser un tableau de valeurs

Déterminer une image ou un antécédent
à partir d'une courbe

Construire une représentation graphique

test n° 6

tests n° 7 et 8

tests n° 9 et 10

Niveau 3

Niveau 3

Niveau 3

■ Choisir la représentation adaptée

Niveau 3

- Ce chapitre est organisé autour des représentations possibles d'une fonction : expressions, tableaux de valeurs, représentations graphiques.
- Les fonctions linéaires et affines sont étudiées dans chacune de ces parties.

1) Modéliser une situation

Définition

Une **fonction** est un procédé qui, à un nombre, associe un unique nombre.
On peut donner le procédé sous la forme d'une expression littérale.

Notation

On utilise la notation $f: x \mapsto f(x)$ qui se lit « f est la fonction qui, à x , associe le nombre $f(x)$ ».

👉 Entraîne-toi à Déterminer une fonction

■ Énoncé

- a. Détermine la fonction g qui, à la longueur x d'une arête d'un cube, associe le périmètre d'une face de ce cube.
- b. Détermine la fonction h qui, à la longueur x d'une arête d'un cube, associe le volume de ce cube.

Correction

- a. La face d'un cube est un carré de périmètre $\mathcal{P} = 4 \times x$. D'où $g(x) = 4x$ ou $g: x \mapsto 4x$.
- b. Le volume $\mathcal{V}$ d'un cube dont la longueur des arêtes est x est $\mathcal{V} = x \times x \times x = x^3$.
D'où $h(x) = x^3$ ou $h: x \mapsto x^3$.

Définitions

Soit f une fonction. Si $f(a) = b$ alors on dit que :

- b est **l'image** de a par f . L'**image** d'un nombre est **unique**.
- a est **un antécédent** de b par f . Un nombre b peut avoir **plusieurs antécédents**.

👉 Entraîne-toi à Déterminer une image à partir d'une expression littérale

■ Énoncé

Soit la fonction $f: x \mapsto x^2 - 4$.
Détermine l'image de -5 par la fonction f .

Correction

$$\begin{aligned}f(x) &= x^2 - 4 \\f(-5) &= (-5)^2 - 4 \\f(-5) &= 25 - 4 \\f(-5) &= 21\end{aligned}$$

Définitions

On considère deux nombres a et b quelconques.

- On appelle **fonction linéaire** de coefficient a toute fonction qui, à tout nombre noté x , associe le nombre $a \times x$ (c'est-à-dire $x \mapsto ax$).
- On appelle **fonction affine** toute fonction qui, à tout nombre noté x , associe le nombre $a \times x + b$ (c'est-à-dire $x \mapsto ax + b$).

Propriétés

- Une fonction linéaire est une fonction affine particulière (cas où $b = 0$).
Les fonctions linéaires modélisent des **situations de proportionnalité**.
- Lorsque $a = 0$, la fonction est une **fonction constante** : à tout nombre x , elle associe le nombre b .
- Tout nombre admet **un unique antécédent** par une fonction linéaire ou affine non constante.

➤ Entraîne-toi à Reconnaître une fonction linéaire ou une fonction affine

■ Énoncé

Parmi les fonctions suivantes, détermine les fonctions affines, les fonctions linéaires et les fonctions constantes.

- $f(x) = 3x$
- $g(x) = -7x + 2$
- $h(x) = 5x^2 - 3$
- $k(x) = x$
- $l(x) = 3x - 7$

Correction

- f est une fonction linéaire de coefficient 3.
- g est une fonction affine de coefficient $a = -7$ et $b = 2$
- h n'est pas une fonction affine car x est élevé au carré.
- k est une fonction linéaire de coefficient 1.
- l est une fonction affine de coefficient $a = 3$ et $b = -7$.

➤ Entraîne-toi à Déterminer un antécédent à partir d'une expression littérale

La recherche d'antécédents par le calcul correspond à la résolution d'une équation. Nos connaissances ne nous permettent de le faire que pour une équation du 1^{er} degré à une inconnue et quelques équations du second degré.

■ Énoncé

- Soit la fonction f linéaire telle que $f(x) = 2x$. Calcule l'antécédent de 7 par la fonction f .
- Soit la fonction g affine telle que $g(x) = 5x - 1$. Calcule l'antécédent de 14 par la fonction g .

Correction

- L'antécédent de 7 par f est solution de l'équation : $f(x) = 7$ soit $2x = 7$ donc $x = 3,5$. L'**antécédent** de 7 par f est donc **3,5**.
- L'antécédent de 14 par g est solution de l'équation : $g(x) = 14$ soit $5x - 1 = 14$ et $5x = 15$ donc $x = 3$. L'**antécédent** de 14 par g est donc **3**.

2 Représentations d'une fonction

A. Tableaux de valeurs

Définition

Les images respectives par la fonction f de certaines valeurs peuvent être présentées dans un tableau appelé **tableau de valeurs**.

➤ Entraîne-toi à Déterminer une image, un antécédent à partir d'un tableau de valeurs

La 2^{de} ligne du tableau donne l'image de chaque nombre de la 1^{re} ligne par la fonction f .

■ Énoncé

Voici un **tableau de valeurs** de la fonction f :

x	-4	-2	0	2	4
$f(x)$	12	0	-4	0	12

- Détermine l'image de 0 par la fonction f .
- Détermine un (des) antécédent(s) de 0 par la fonction f .

Correction

- On cherche 0 sur la 1^{re} ligne du tableau et on lit son **image** sur la 2^{de} ligne. L'**image** de 0 par la fonction f est -4. On écrit $f(0) = -4$ (ou $f: 0 \mapsto -4$).
- On cherche 0 sur la 2^{de} ligne du tableau et on lit ses **antécédents** sur la 1^{re} ligne. **Des antécédents** de 0 par la fonction f sont -2 et 2. On écrit $f(-2) = f(2) = 0$.

B. Représentation graphique

Définition

La **représentation graphique** d'une fonction f , dans un repère, est la courbe constituée de l'ensemble des points de coordonnées $(x ; f(x))$.

Entraîne-toi à Déterminer une image, un antécédent à partir d'une courbe

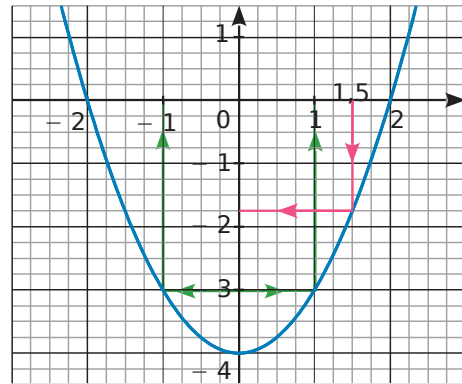
Énoncé

Le graphique représente la fonction f .

- Détermine graphiquement $f(1,5)$.
- Détermine graphiquement le (les) antécédent(s) de -3 par la fonction f .

Correction

- $f(1,5) = -1,75$.
- -3 a **deux antécédents** par la fonction f : -1 et 1 .



Cas particuliers

- La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère, non horizontale et non verticale, donc les coordonnées d'un seul point suffisent pour tracer la droite.
- La représentation graphique d'une fonction affine non constante est une droite non horizontale et non verticale, donc les coordonnées de deux points suffisent pour tracer la droite.
- La représentation graphique d'une fonction constante est une droite horizontale, donc les coordonnées d'un seul point suffisent pour tracer la droite.

Entraîne-toi à Construire une représentation graphique

Énoncé

- Représente graphiquement la fonction linéaire f définie par $f(x) = -0,5x$.
- Représente graphiquement la fonction affine g définie par $g : x \mapsto 3x - 2$.

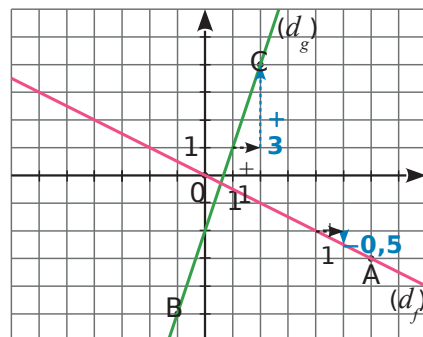
Correction

- f est une fonction linéaire donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.
- Pour tracer cette droite, il suffit de connaître les coordonnées d'un de ses points. $f(6) = -3$. (d_f) est la droite (OA) avec A(6 ; -3).

g est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite.

Pour tracer cette droite, il suffit de connaître les coordonnées de deux de ses points. $g(-1) = -5$ et $g(2) = 4$.

(d_g) est la droite (BC) avec B(-1 ; -5) et C(2 ; 4).



3) Choisir la représentation adaptée

👉 Entraîne-toi à Choisir la représentation adaptée

■ Énoncé

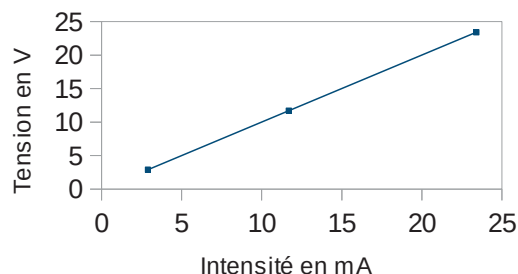
En cours de sciences physiques, Inés et Diogu ont réalisé un circuit électrique avec un générateur de courant variable. Ils veulent trouver la valeur de la résistance R (en Ω) de ce circuit.

Intensité en A	0,0029	0,0117	0,0234
Tension en V	1,5	6	12

Voici les mesures obtenues.
Interprète ce tableau de valeurs.

Correction

On considère ce tableau comme le tableau de valeurs d'une fonction f qui à I associe U .
Un tableur-grapheur donne le graphique suivant.



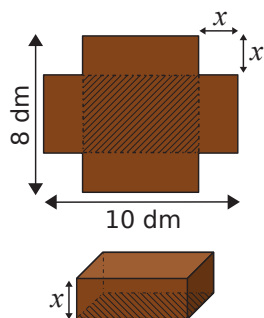
On reconnaît la représentation graphique d'une fonction linéaire. On détermine son coefficient :

$$1,5 \div 0,0029 \approx 517.$$

A partir de la formule $U=RI$ on déduit que le circuit est donc composé d'une résistance de 517Ω .

■ Énoncé

Avec une plaque de carton rectangulaire de 8 dm par 10 dm, en découpant quatre carrés identiques, on obtient le patron d'une boîte (sans couvercle !).



On veut trouver la longueur du côté des carrés à découper pour obtenir une boîte dont le volume sera maximal.

On note x cette longueur en cm.

Estime ce volume maximal et la longueur x au cm près.

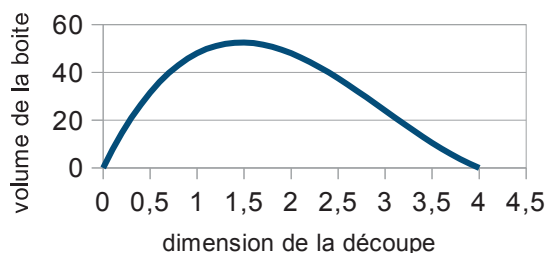
Correction

Le volume de cette boîte est donné par la formule :

$$V = \text{Longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur} \text{ soit}$$

$$V = (10 - 2x) \times (8 - 2x) \times x$$

On appelle f la fonction qui à x associe ce volume. Un tableur-grapheur donne la représentation de la fonction f .



On estime le volume maximal aux environs de 1,5. On affine avec un tableau de valeurs.

x	1,4	1,5	1,6
$V=f(x)$	52,416	52,5	52,224

Le volume est maximal pour 1,5 dm (environ).



Je me teste

Niveau 3

1 Indique, en justifiant, si les fonctions sont linéaires, affines ou ni l'un ni l'autre.

a. $f(x) = x^2 - 2$ b. $g(x) = 8 - 9x$ c. $h(x) = \frac{3}{5}x$ d. $k(x) = (13 - 8x)^2 - 64x^2$ e. $l(x) = \frac{2}{x}$

2 La fonction h est définie par la formule $h(x) = 3x(5x^2 - 2)$.
Calcule l'image de $-2,5$; de 20 puis de 0 par la fonction h .

3 Soit une fonction l telle que $l(-2) = 12$ et $l(7) = 15$.

a. Peux-tu trouver l'image de -5 ?

b. Traduis cette phrase : « l'image de 8 par la fonction l est 10 » par une égalité.

4 Détermine l'image de -4 par la fonction affine h définie par $h(x) = -8x + 3$.

5 Détermine l'antécédent de -6 par la fonction affine h définie par $h(x) = -x + 3$.

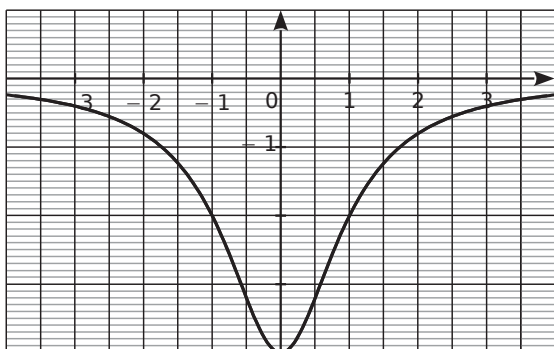
6 Pour une fonction p , on considère le tableau de valeurs suivant.

x	-10	-3	-1	0	2,5	5	6
$p(x)$	-5	-1	0	1,5	8	0	-3

a. Détermine l'image de -10 puis l'image de 2,5 par la fonction p .

b. Détermine un (des) antécédent(s) de -3 puis de 0 par la fonction p .

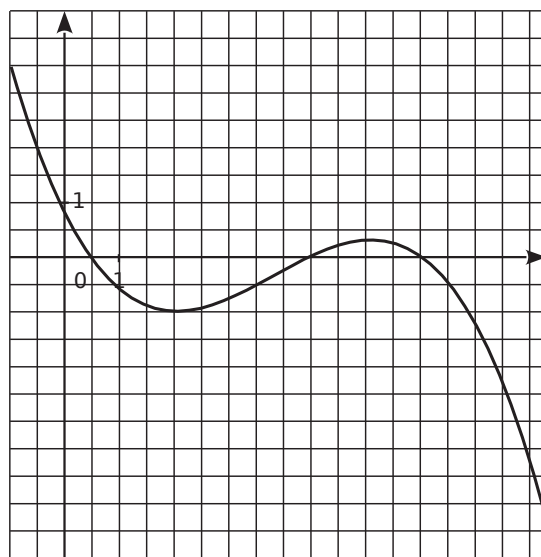
7 Le graphique ci-dessous représente une fonction f définie pour x compris entre -4 et 4.



a. Détermine $f(-3)$ et $f(2)$.

b. Détermine le(s) antécédent(s) de -2 et de $-3,2$ par f .

8 Le graphique ci-dessous représente une fonction g pour x compris entre -1 et 8,8.



a. Détermine les images de 2 et de -1 par g .

b. Détermine le(s) antécédent(s) de 0 et de 2 par g .

9 Trace les représentations graphiques des fonctions l et m définies par $l(x) = -0,5x$ et $m(x) = -0,5x + 2$. Que constates-tu ?

10 Comment tracer précisément la représentation graphique de la fonction qui, à x , associe $0,75x$?

→ Voir Corrigés p. 368

Grandeurs et mesures

C

Objectifs de cycle

■ Calculs d'aires

Aire d'un parallélogramme
Aire d'un triangle
Aire d'un disque

test n° 1
test n° 2
test n° 3

Niveau 1
Niveau 1
Niveau 1

■ Calculs de volumes

Volume d'un prisme droit et d'un cylindre de révolution
Volume d'une pyramide et d'un cône de révolution
Aire d'une sphère, volume d'une boule

tests n° 4 et 5
tests n° 6 et 7
tests n° 8 et 9

Niveau 1
Niveau 2
Niveau 3

■ Agrandissement/Réduction

tests n° 10, 11, 12, 13 et 14

Niveau 3

■ Mesurer avec des grandeurs

tests n° 15, 16 et 17

Niveau 3

- Ce chapitre regroupe l'ensemble des problèmes relevant des grandeurs.
- Le calcul d'aire est étudié à partir de celui du parallélogramme, du triangle, puis du disque.
- Le calcul de volume est étudié sur les solides usuels vus au chapitre D6 – Espace. L'ensemble est appliqué aux figures obtenues par agrandissement/réduction et par section de plan parallèle aux bases ou aux arêtes.
- Les grandeurs produits et quotients font l'objet d'une étude séparée.

1) Déterminer une aire

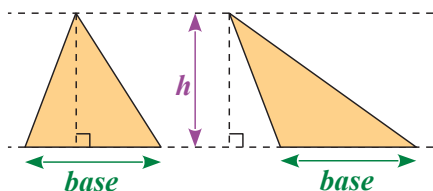
Formules d'aire

Rectangle : $\mathcal{A} = \text{Longueur} \times \text{largeur}$

Carré : $\mathcal{A} = \text{côté}^2$

Triangle quelconque :

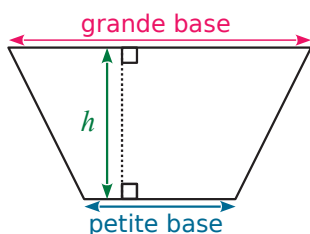
$\mathcal{A} = \text{base} \times \text{hauteur} \div 2$



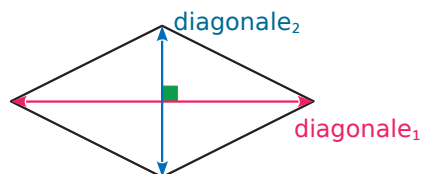
Disque : $\mathcal{A} = \pi \times \text{rayon}^2$

Trapèze :

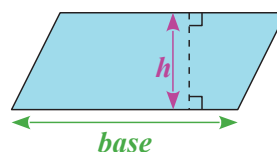
$\mathcal{A} = \frac{(\text{grande base} + \text{petite base}) \times \text{hauteur}}{2}$



Losange : $\mathcal{A} = \frac{\text{diagonale}_1 \times \text{diagonale}_2}{2}$



Parallélogramme : $\mathcal{A} = \text{base} \times \text{hauteur}$



Enveloppe latérale d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution :

$\mathcal{A} = \text{Périmètre de la base} \times \text{hauteur}$

Sphère : $\mathcal{A} = 4 \times \pi \times \text{rayon}^2$.

Entraîne-toi à Calculer des aires

Énoncé

Quelle est l'aire $\mathcal{A}$ d'un disque de rayon 7 m ?
Donner la valeur exacte puis un arrondi au dm^2 près.

Correction

La formule de l'aire du disque est : $\mathcal{A} = \pi \times r^2$.

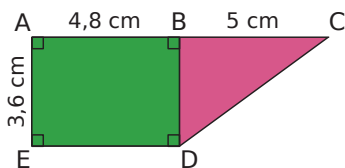
Ici, $\mathcal{A} = \pi \times (7 \text{ m})^2$

$\mathcal{A} = 49 \times \pi \text{ m}^2$

$\mathcal{A} \approx 153,94 \text{ m}^2$

Énoncé

Calcule l'aire de la figure ABCDE ci-contre.



Correction : La figure est constituée d'un rectangle ABDE et d'un triangle rectangle BCD.

• La formule de l'aire d'un rectangle est :

$\mathcal{A} = \text{Longueur} \times \text{largeur}$

Ici, $\mathcal{A}_{ABDE} = 4,8 \text{ cm} \times 3,6 \text{ cm} = 17,28 \text{ cm}^2$

• La formule de l'aire d'un triangle rectangle est : $\mathcal{A} = \text{base} \times \text{hauteur} \div 2$

Ici, $\mathcal{A}_{BCD} = 3,6 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \div 2 = 9 \text{ cm}^2$

$\mathcal{A}_{ABCDE} = \mathcal{A}_{ABDE} + \mathcal{A}_{BCD} = 17,28 \text{ cm}^2 + 9 \text{ cm}^2$

$\mathcal{A}_{ABCDE} = 26,28 \text{ cm}^2$

2) Déterminer un volume

Formules de volume

Cube : $V = \text{côté}^3$

Pavé droit :

$$V = \text{longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}$$

Prisme Droit :

$$V = \text{Aire de la base} \times \text{hauteur}$$

Cylindre de révolution :

$$V = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$$

Pyramide :

$$V = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

Cône de révolution :

$$V = \frac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$$

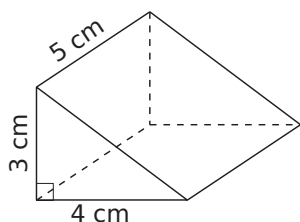
Boule :

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$$

► Entraîne-toi à Calculer des volumes

■ Énoncé

Détermine le volume du prisme droit suivant.



■ Énoncé

Calcule le volume d'une pyramide de hauteur 2,50 m ayant pour base un losange de diagonales 4 m et 4,20 m.

■ Énoncé

Calcule le volume d'une boule de rayon 5 cm. Donne la valeur exacte puis un arrondi au dixième près.

Correction

La formule du volume d'un prisme droit est :

$$V = \text{Aire de la base} \times \text{hauteur}$$

Ici, la base est un triangle.

La formule de son aire est :

$$A = \text{base} \times \text{hauteur} \div 2$$

$$\text{Ici } A = 4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \div 2 = 6 \text{ cm}^2$$

$$\text{Donc } V = 6 \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm}$$

$$V = 30 \text{ cm}^3.$$

Correction

La formule du volume d'une pyramide est :

$$V = \text{Aire de la base} \times \text{hauteur} \div 3$$

Ici, la base est un losange.

La formule de son aire est :

$$A = \frac{\text{diagonale}_1 \times \text{diagonale}_2}{2}$$

$$\text{Ici } A = 4 \text{ cm} \times 4,2 \text{ cm} \div 2 = 8,4 \text{ cm}^2$$

$$\text{Donc } V = 8,4 \text{ cm}^2 \times 2,5 \text{ cm} \div 3$$

$$V = 7 \text{ cm}^3.$$

Correction

La formule du volume de la boule est :

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3.$$

$$\text{Ici } V = \frac{4}{3} \times \pi \times 5^3$$

$$V = \frac{500}{3} \pi \text{ cm}^3.$$

$$V \approx 523,6 \text{ cm}^3$$

3) Utiliser un agrandissement ou une réduction

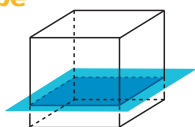
A. Sections de solides

Propriétés

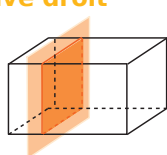
Dans un cube, un pavé droit, un prisme droit et un cylindre,

- une section parallèle à une face est de même nature et de mêmes dimensions que cette face ;
- une section parallèle à une arête (ou à l'axe pour le cylindre) est un rectangle, dont l'une des dimensions correspond à la longueur de cette arête (ou à l'axe).

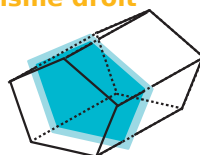
■ Cube



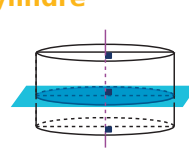
■ Pavé droit



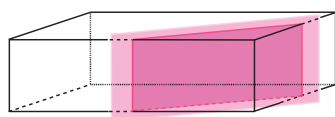
■ Prisme droit



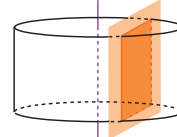
■ Cylindre



■ Pavé droit



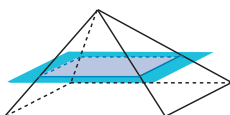
■ Cylindre



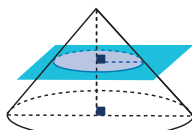
Propriétés

- Dans un cône ou une pyramide, une section parallèle à une face est de même nature que la face mais de taille réduite.
- Dans une sphère, une section parallèle à un grand cercle est un cercle de rayon réduit par rapport à celui du grand cercle.

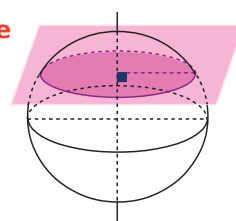
■ Pyramide



■ Cône



■ Sphère



B. Calculs en utilisant les sections

Propriété

Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k ($k > 0$),

- les longueurs sont multipliées par k ,
- les aires sont multipliées par k^2 ,
- les volumes sont multipliés par k^3

► Entraîne-toi à Calculer l'aire ou le volume d'un objet agrandi ou réduit

■ Énoncé

Des ingénieurs ont construit une maquette au 1/5 000 d'un bassin de retenue. La maquette mesure 1,60 m de long et contient 5 L d'eau. La surface du lac artificiel est 80 dm². Quelle sera, en km, la longueur du futur lac artificiel ? Quelle sera, en km², sa surface ? Quel sera, en m³, le volume d'eau contenu dans le lac ?

Correction

Pour obtenir les longueurs réelles à partir des longueurs de la maquette au 1/5 000, le coefficient d'agrandissement est $k = 5\,000$.

$$\begin{aligned} L_{\text{réelle}} &= k \times L_{\text{maquette}} \\ L &= 5\,000 \times 1,6 \\ L &= 8\,000 \text{ m} \end{aligned}$$

Le lac mesure 8 km.

$$\begin{aligned} A_{\text{réelle}} &= k^2 \times A_{\text{maquette}} \\ A &= (5\,000)^2 \times 80 \text{ dm}^2 \\ A &= 2\,000\,000\,000 \text{ dm}^2 \end{aligned}$$

La surface du lac est 20 km².

$$\begin{aligned} V_{\text{réel}} &= k^3 \times V_{\text{maquette}} \\ V &= (5\,000)^3 \times 5 \text{ L} \\ \text{Or, } 1 \text{ m}^3 &\text{ correspond à } 1\,000 \text{ L} \\ V &= (5\,000)^3 \times 0,005 \text{ m}^3 \\ V &= 625\,000\,000 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

La contenance du lac est de 625 000 000 m³ d'eau.

4 Mesurer avec des grandeurs composées

» Exemple

- les unités d'aire et de volume sont des grandeurs produits : $\text{m}^2 = \text{m} \times \text{m}$ et $\text{cm}^3 = \text{cm} \times \text{cm} \times \text{cm}$
- le débit, la vitesse, la masse volumique sont des grandeurs quotients.

► Entraîne-toi à Convertir des grandeurs composées

■ Énoncé

La masse volumique du fer vaut 7,84 g·cm⁻³. Convertis-la en kg·m⁻³.

Correction

« La masse volumique du fer vaut 7,84 g·cm⁻³ » signifie que 1 cm³ de fer a une masse de 7,84 g.

$$\begin{aligned} \text{Ainsi, } 7,84 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} &= \frac{7,84 \text{ g}}{1 \text{ cm}^3} = \frac{0,007\,84 \text{ kg}}{0,000\,001 \text{ m}^3} \\ \frac{0,007\,84}{0,000\,001} &= 7\,840. \end{aligned}$$

La masse volumique du fer vaut donc 7 840 kg·m⁻³.

■ Énoncé

Le 3 avril 2007, la rame TGV d'essai n°4402 établissait un nouveau record de vitesse officiel de 574,8 km·h⁻¹. Convertis cette vitesse en m·s⁻¹.

Correction

La formule donnant la vitesse est :

$$\begin{aligned} \text{vitesse} &= \frac{\text{distance}}{\text{temps}} \\ \text{soit : } 574,8 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} &= \frac{574,8 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{574\,800 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} \\ \frac{574\,800}{3\,600} &\approx 159,7 \end{aligned}$$

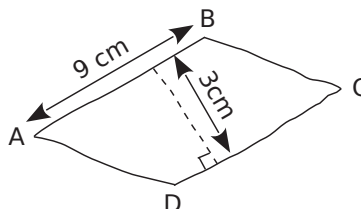
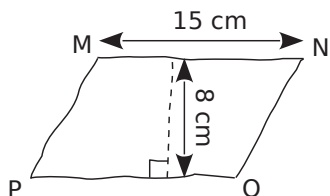
La vitesse de cette rame de TGV était alors d'environ 159,7 m·s⁻¹.



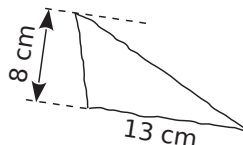
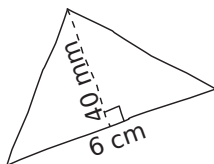
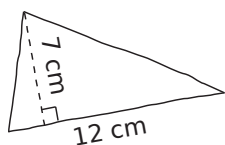
Je me teste

Niveau 1

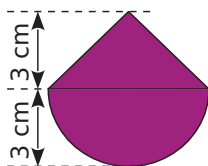
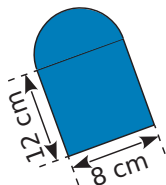
- 1 Détermine l'aire des parallélogrammes MNOP et ABCD ci-dessous.



- 2 Calcule l'aire de chaque triangle ci-dessous.



- 3 Calcule l'aire de chacune des figures suivantes.



- 4 Calcule le volume d'un prisme droit de hauteur 8 cm ayant pour base un rectangle de longueur 5 cm et de largeur 3 cm.

- 5 Calcule le volume d'un cylindre de révolution de hauteur 4,5 cm ayant pour base un disque de diamètre 10 cm.

Niveau 2

- 6 Calcule le volume d'une pyramide de hauteur 10 m ayant pour base un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 4,5 m et 6 m.

- 7 Calcule le volume d'un cône de révolution de hauteur 12 cm ayant pour base un disque de diamètre 8 cm.

- 8** Calcule l'aire exacte d'une sphère de rayon 6,2 cm puis arrondis le résultat au cm^2 .
- 9** Calcule le volume exact d'une boule de rayon 9 cm puis l'arrondi au mm^3 .
- 10** Un pavé droit ABCDEFGH a pour dimensions $AB = 5 \text{ cm}$, $AD = 6 \text{ cm}$ et $AE = 8 \text{ cm}$. Il est coupé par un plan parallèle à l'arête [EH], le long de la diagonale [AF].
- Représente en vraie grandeur la face ABFE et la section AFGD.
 - Détermine les dimensions exactes de cette section.
 - Donne la valeur arrondie au dixième de l'aire de cette section.
- 11** La section d'un cylindre de révolution de hauteur 12 cm par un plan parallèle à son axe a pour largeur 8 cm. La distance entre l'axe et la section est 3 cm. Quel est le rayon de la base de ce cylindre ?
- 12** Une sphère de rayon 7 cm est coupée par un plan à 5 cm de son centre.
- Quelle est la nature de la section ?
 - Représente la section en vraie grandeur.
- 13** Un verre à cocktail de forme conique de contenance 12,8 cL est rempli aux trois quarts de sa hauteur par un mélange de jus de fruits. Quel volume de jus de fruits contient-il ?
- 14** Mihail fabrique deux pyramides dans du papier doré. Il réalise la deuxième en divisant toutes les longueurs de la première par 2. La surface de papier utilisé est-elle deux fois plus petite ? Le volume de l'objet obtenu est-il deux fois plus petit ?
- 15** La vitesse de propagation du son dans l'air est d'environ 340 m/s. Convertis cette vitesse en km/h.
- 16** La masse volumique de l'air au niveau de la mer et à une température de 20°C est d'environ $1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Convertis cette masse volumique en $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$.
- 17** La puissance maximale de certains moteurs de voitures de Formule 1 approche, dans certains cas, les 900 chevaux et leur vitesse de rotation peut atteindre les 20 000 tours par minute. Calcule la vitesse de rotation de ces moteurs en tours par seconde.

Angles et triangles

D1

Objectifs de cycle

■ Position relative de deux droites

test n° 1

Niveau 1

■ Inégalité triangulaire

Utiliser l'inégalité triangulaire

Vérifier si un triangle est constructible

test n° 2

Niveau 1

tests n° 3 et 4

Niveau 1

■ Construire un triangle

test n° 5

Niveau 1

■ Droites remarquables du triangle

Construire le cercle circonscrit à un triangle

Construire une hauteur d'un triangle

test n° 6

Niveau 1

test n° 7

Niveau 1

■ Angles et droites

Reconnaître des angles alternes-internes

Démontrer que deux droites sont parallèles

Déterminer des mesures d'angles

tests n° 12 et 13

Niveau 1

test n° 14

Niveau 1

test n° 15

Niveau 1

■ Angles d'un triangle

Utiliser la somme des angles d'un triangle

tests n° 8, 9, 10 et 11

Niveau 1

- La position relative de deux droites est revue rapidement. Le manuel numérique propose des compléments de remédiation.
- Les angles sont étudiés successivement dans un triangle (somme de deux angles), avec des droites parallèles (angles alternes-internes et angles correspondants) et avec des droites perpendiculaires (trigonométrie).
- En ce qui concerne les droites remarquables d'un triangle, sont étudiées la médiatrice et la hauteur. Pour aller plus loin, la notion du cercle circonscrit est abordée.

1) Position relative de deux droites

Propriété 1

Deux droites sont :

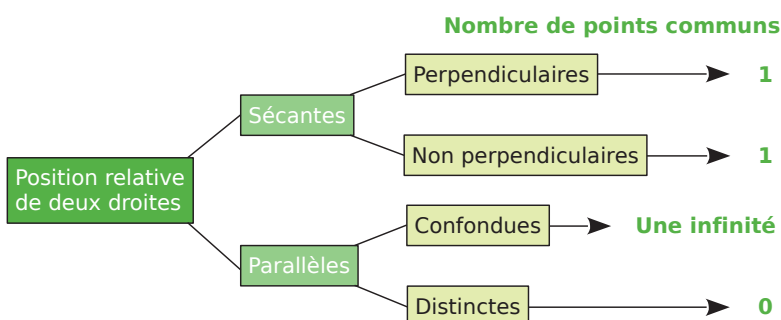
- soit sécantes ;
- soit parallèles.

Propriété 2

Deux droites sécantes sont :

- soit perpendiculaires.
- soit non perpendiculaires.

» **Remarque** : On peut résumer ceci dans un organigramme.



2) Inégalité triangulaire

Propriété

Dans un triangle, la **longueur d'un côté** est toujours **inférieure** à la **somme des longueurs des deux autres côtés**.

S'il y a égalité, les trois points sont alignés.

» **Remarque** : Pour vérifier si on peut construire un triangle, il suffit de vérifier que la plus grande longueur est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

» Entraîne-toi à Vérifier qu'un triangle est constructible

■ Énoncé

Peut-on construire le triangle COR avec $CO = 5$ cm ; $OR = 6$ cm et $RC = 4$ cm ?

Correction

Dans le triangle COR, $[OR]$ est le plus grand côté.

Donc on calcule la somme des deux autres : $RC + CO = 4 + 5 = 9$.

Comme $OR < RC + CO$, le triangle COR est constructible.

3) Droites remarquables du triangle

A. Médiatrice

Définition

Les **médiatrices d'un triangle** sont les médiatrices des côtés de ce triangle, c'est à dire les droites perpendiculaires aux côtés passant par leur milieu.

Propriété 1

La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points **équidistants** des extrémités de ce segment. Soit (d) la médiatrice de $[AB]$: dire que M est sur la droite (d) est équivalent à dire que $MA = MB$.

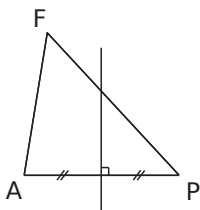
Propriété 2

Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point qui est le **centre du cercle circonscrit à ce triangle**.

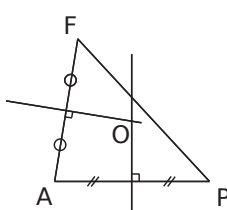
Entraîne-toi à Tracer le cercle circonscrit à un triangle

■ **Enoncé:** Trace un triangle FAP et son cercle circonscrit

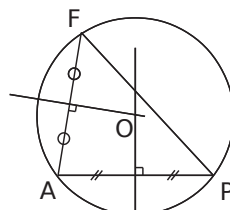
Correction:



On construit la **médiatrice** du segment [AP].



Il suffit de construire les médiatrices de deux côtés. Elles se coupent en O.



Le cercle circonscrit est le cercle de centre O et de rayon OA (ou OF ou OP).

B. Hauteur

Définition

Une **hauteur d'un triangle** est une droite perpendiculaire à un côté du triangle passant par le sommet opposé à ce côté.

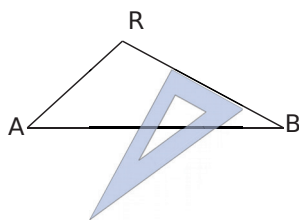
Propriété

Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé **orthocentre**.

Entraîne-toi à Tracer une hauteur d'un triangle

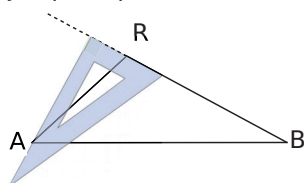
■ **Enoncé:** Trace un triangle ARB et la hauteur relative au côté [BR].

Correction:

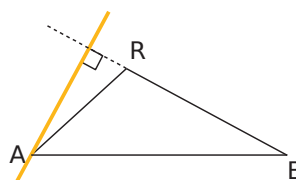


On positionne l'équerre perpendiculairement au côté [BR].

On fait glisser l'équerre jusqu'au point A.



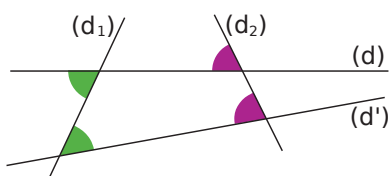
Il faut parfois prolonger le côté [BR].



La hauteur relative au côté [BR] est la droite perpendiculaire au côté [BR] et passant par A.

4 Angles et droites

Définitions



Les angles verts sont **alternes-internes**. Ils sont déterminés par les droites (d), (d') et la sécante (d₁).

Les angles violets sont **correspondants**. Ils sont déterminés par les droites (d), (d') et la sécante (d₂).

Propriétés

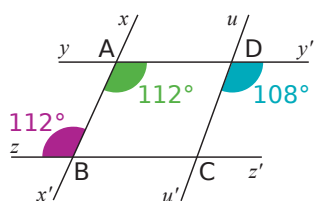
Si deux angles alternes-internes sont de même mesure
alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.

Si deux angles correspondants sont de même mesure
alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.

👉 Entraîne-toi à Démontrer que deux droites sont parallèles

■ Énoncé

Les droites (yy') et (zz') sont-elles parallèles ? Les droites (xx') et (uu') sont-elles parallèles ?



Correction

- Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{xBz}$ déterminés par les droites (yy') , (zz') et la sécante (xx') sont alternes-internes. Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{xBz}$ ont la même mesure. Donc les droites (yy') et (zz') sont parallèles.
- Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{u'Dy'}$ déterminés par les droites (xx') , (uu') et la sécante (yy') sont correspondants. Si les droites (xx') et (uu') étaient parallèles alors les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{u'Dy'}$ seraient de la même mesure, ce qui n'est pas le cas. Donc les droites (xx') et (uu') ne sont pas parallèles.

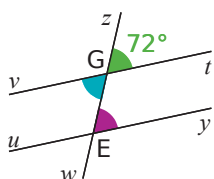
Propriétés

Si deux angles alternes-internes sont déterminés par des droites parallèles
alors ils ont la même mesure.

Si deux angles correspondants sont déterminés par des droites parallèles
alors ils ont la même mesure.

👉 Entraîne-toi à Déterminer des mesures d'angles

■ **Énoncé :** Les droites (vt) et (uy) sont parallèles. Calcule la mesure des angles $\widehat{zEy}$ et $\widehat{vGw}$.



Les angles correspondants $\widehat{zGt}$ et $\widehat{zEy}$ sont déterminés par les droites (vt) et (uy) qui sont parallèles. Ils sont donc de la même mesure. L'angle $\widehat{zEy}$ mesure donc 72° .

Les angles $\widehat{zGt}$ et $\widehat{vGw}$ sont opposés par le sommet. Ils sont donc de la même mesure. L'angle $\widehat{vGw}$ mesure donc 72° .

5) Angles d'un triangle

Propriété

Dans un triangle, **la somme des mesures des angles** est égale à 180° .

👉 Entraîne-toi à Utiliser la somme des mesures des trois angles d'un triangle

■ Énoncé

Le triangle PAF est tel que $\widehat{PAF} = 67^\circ$
et $\widehat{FPA} = 56^\circ$.
Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{PFA}$?

Correction

$\widehat{PAF} + \widehat{FPA} = 67^\circ + 56^\circ = 123^\circ$.
Or, la somme des mesures des angles
d'un triangle est égale à 180° .
Donc $\widehat{PFA} = 180^\circ - 123^\circ = 57^\circ$.

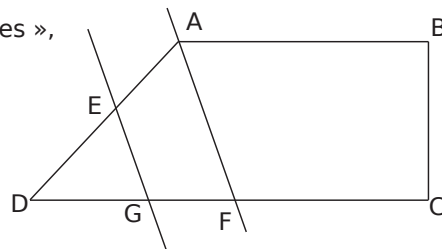


Je me teste

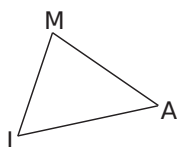
Niveau 1

1 Recopie et complète les phrases avec les mots : « parallèles », « perpendiculaires » ou « sécantes et non perpendiculaires ».

- Les droites (AB) et (AD) semblent ...
- Les droites (AB) et (BC) semblent ...
- Les droites (GE) et (FA) semblent ...
- Les droites (AB) et (CF) semblent ...
- Les droites (BC) et (GE) semblent ...



2 Écris toutes les inégalités pour le triangle ci-dessous.



3 Le triangle THE avec $TH = 3,4$ cm ; $HE = 7$ cm et $ET = 3,7$ cm est-il constructible ?

4 Peut-on construire le triangle SEL tel que $SE = 9$ cm ; $EL = 3$ cm et $LS = 4$ cm ? Justifie ta réponse.

5 Construis un triangle LET tel que $\widehat{ETL} = 55^\circ$; $ET = 5$ cm et $TL = 4,3$ cm.

6 Trace le cercle circonscrit au triangle EST tel que $ET = 4,6$ cm ; $\widehat{SET} = 93^\circ$ et $\widehat{ETS} = 34^\circ$.

7 Construis un triangle TAX tel que $TA = 6,3$ cm ; $\widehat{TAX} = 57^\circ$ et $\widehat{ATX} = 63^\circ$ et trace ses hauteurs.

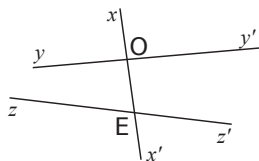
8 Peut-on tracer le triangle DOG avec $\widehat{DOG} = 72^\circ$; $\widehat{OGD} = 37^\circ$ et $\widehat{GDO} = 73^\circ$? Justifie ta réponse.

9 Dans le triangle RAT, l'angle $\widehat{RAT}$ mesure 34° et l'angle $\widehat{ATR}$ mesure 23° . Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{TRA}$?

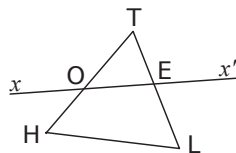
10 Le triangle BEC est isocèle en B et $\widehat{EBC}$ mesure 107° . Quelles sont les mesures des deux autres angles ?

11 Quelles sont les mesures des angles d'un triangle équilatéral ?

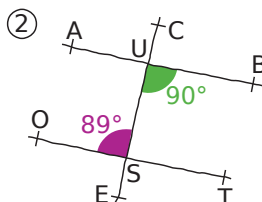
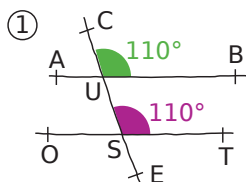
12 Sur la figure ci-dessous, les angles $\widehat{yOx'}$ et $\widehat{x'Ez'}$ sont-ils alternes-internes ? Justifie.



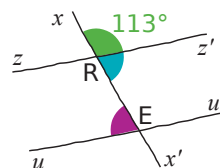
13 Sur la figure ci-dessous, nomme deux paires d'angles alternes-internes.



14 Dans chaque cas, indique si les droites (AB) et (OT) sont parallèles. Justifie ta réponse.



15 Sur la figure ci-contre, les droites (zz') et (uu') sont parallèles. Détermine la mesure de l'angle $\widehat{x'Rz'}$ puis celle de l'angle $\widehat{uEx}$.



Transformation et parallélogramme

D2

Objectifs de cycle

■ La symétrie centrale

Construire le symétrique d'un point
Utiliser les propriétés de la symétrie centrale
Utiliser les centres de symétrie

tests n° 1 et 2

Niveau 1

tests n° 3 et 4

Niveau 1

test n° 5

Niveau 1

■ Le parallélogramme

Construire un parallélogramme
Utiliser les propriétés du parallélogramme
Étudier les parallélogrammes particuliers

test n° 6

Niveau 1

tests n° 7 et 8

Niveau 1

tests n° 9, 10 et 11

Niveau 1

■ La rotation

Construire des images de figures
Utiliser les propriétés

test n° 12a. et b.

Niveau 2

test n° 12c.

Niveau 2

■ La translation

Construire des images de figures
Utiliser les propriétés

test n° 13a.

Niveau 2

test n° 13b.

Niveau 2

■ Triangles égaux

Reconnaître des triangles égaux
Utiliser les propriétés

test n° 14a.

Niveau 3

test n° 14b.

Niveau 3

- Dans ce chapitre sont étudiées les différentes isométries : symétrie centrale, translation, rotation, associées aux figures usuelles.
- Le parallélogramme est ainsi étudié comme étant un quadrilatère ayant un centre de symétrie.
- Les triangles égaux permettent une synthèse du chapitre en fin de cycle.

1) La symétrie centrale

Définition

- Transformer une figure par symétrie centrale revient à lui faire faire un demi-tour autour d'un point.
- Deux points A et A' sont symétriques par rapport au point O lorsque le point O est le milieu du segment $[AA']$.

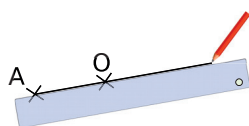
Entraîne-toi à Construire le symétrique d'un point

Protocole de construction du symétrique d'un point

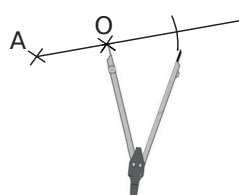
1. Figure de base : un point et le centre de symétrie.



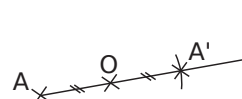
2. Tracer la demi-droite $[AO)$.



3. Reporter la longueur OA de l'autre côté du point O .



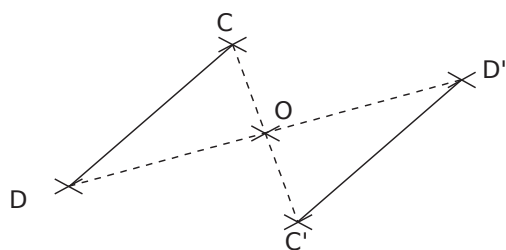
4. Coder les longueurs égales.



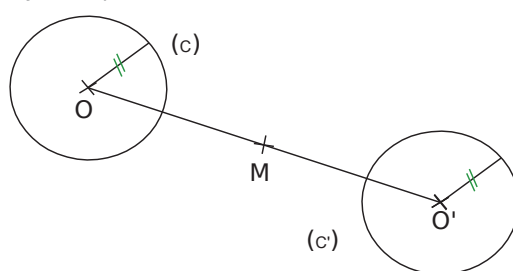
Propriété

La symétrie conserve l'alignement, les longueurs, le parallélisme et les angles.

» **Remarque :** Pour tracer le symétrique d'un segment, il suffit de tracer les symétriques de ses extrémités et pour tracer le symétrique d'un cercle, le symétrique de son centre.



Pour tracer le symétrique du segment $[CD]$ par rapport à O , il suffit de tracer les symétriques de C et D et de les relier.



Pour tracer le symétrique du cercle (c) , il suffit de tracer le symétrique de M par rapport à O et de tracer le cercle de même rayon de centre O' .

Définition

Une figure admet un **centre de symétrie** lorsqu'elle est invariante dans la symétrie par rapport à ce point.

Exemples



- Le panneau de signalisation de fin de stationnement interdit admet un centre de symétrie.



- Le panneau de signalisation d'un rond-point n'a pas de centre de symétrie.

2) Le parallélogramme

Propriété

Le parallélogramme possède un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales.

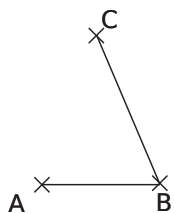
Les propriétés de la symétrie impliquent que :

- Le parallélogramme a ses diagonales qui se coupent en leur milieu.
- Ses côtés opposés sont deux à deux de même longueur.

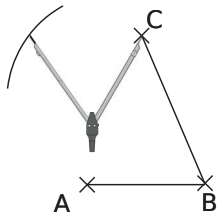
Entraîne-toi à Construire un parallélogramme

Protocole de construction d'un parallélogramme

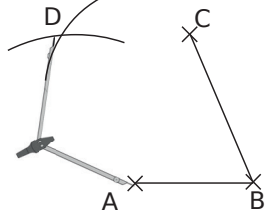
1. Figure de base.



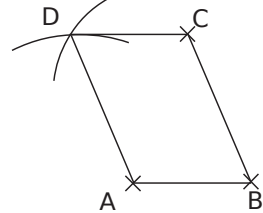
2. On reporte la longueur du côté [AB] à partir du point C.



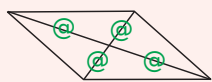
3. À partir de A, on reporte la longueur du côté [BC].



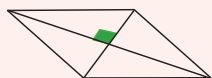
4. Figure finale.



Propriétés : Parallélogrammes particuliers



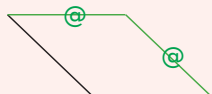
Un parallélogramme avec des diagonales de même longueur est un rectangle.



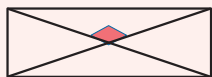
Un parallélogramme avec des diagonales perpendiculaires est un losange.



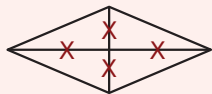
Un parallélogramme avec deux côtés consécutifs perpendiculaires est un rectangle.



Un parallélogramme avec deux côtés consécutifs de même longueur est un losange.



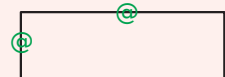
Un rectangle avec des diagonales perpendiculaires est un carré.



Un losange avec des diagonales de même longueur est un carré.



Un losange avec deux côtés consécutifs perpendiculaires est un carré.



Un rectangle avec deux côtés consécutifs de même longueur est un carré.

3) La rotation

Définition

- Transformer une figure par rotation revient à la faire pivoter d'un **angle** donné autour d'un point, **son centre**. Le sens inverse des aiguilles d'une montre est appelé **sens direct**.
- Dans le sens direct, le point A' est l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle α : lorsque $OA=OA'$, l'angle AOA' mesure α° et on tourne de A vers A' dans le sens direct.

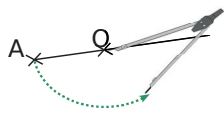
Entraîne-toi à Construire l'image d'un point par une rotation

Protocole de construction de l'image d'un point par une rotation

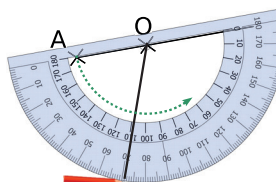
1. Figure de base : un point et le centre de rotation.



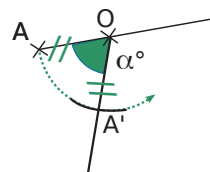
2. Tracer un arc de cercle de centre O et de rayon OA dans le sens direct.



3. Marquer l'angle de rotation avec une demi-droite coupant l'arc de cercle.



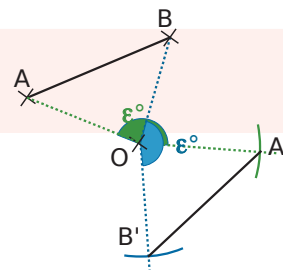
4. Coder les longueurs égales.



Propriété

- La rotation conserve l'alignement, les longueurs, le parallélisme et les angles.
- Un cercle est donc invariant par rotation autour de son centre.

» **Remarque** : Cela implique que pour tracer l'image d'un segment par une rotation, il suffit de tracer les images de ses extrémités et pour tracer l'image d'un cercle par une rotation, il suffit de tracer l'image de son centre.



4) La translation

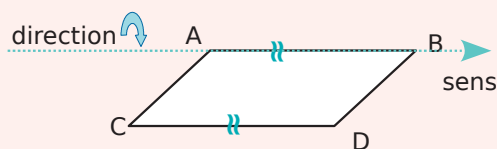
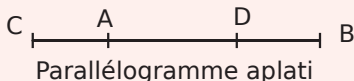
Définition

Transformer une figure par translation revient à la faire glisser d'une longueur donnée, le long d'une droite donnée et dans un sens donné.

» **Remarque** : La longueur, la direction et le sens peuvent être donnés par un couple de points de référence.

Propriété

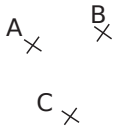
Si la translation qui transforme A en B transforme aussi C en D , alors $ABDC$ est un parallélogramme éventuellement aplati.



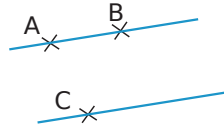
Entraîne-toi à Construire l'image d'un point par une translation

Protocole de construction de l'image d'un point par une translation

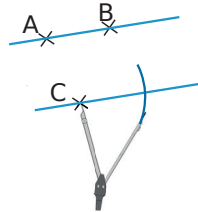
1. Figure de base :
Points A et B
définissant
la translation et
le point à traduire.



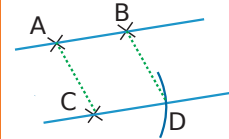
2. On trace une
droite passant par C
parallèle à (AB)
la direction de
la translation.



3. On reporte
la longueur AB
sur (d) à partir de C
et dans le bon sens
(A vers B).



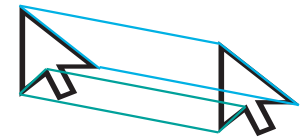
4. Figure finale.



Propriété

- La translation conserve l'alignement, les longueurs, le parallélisme et les angles.
- Une droite est invariante par toute translation dont la direction est parallèle à cette droite.

» **Remarque** : Cela implique que pour tracer le translaté d'un segment, il suffit de tracer les translatés de ses extrémités et pour tracer le translaté d'un cercle, il suffit de tracer le translaté de son centre.



5 Triangles égaux

Définition

Deux triangles sont égaux lorsqu'on peut les superposer par glissement ou par retournement.

Propriété

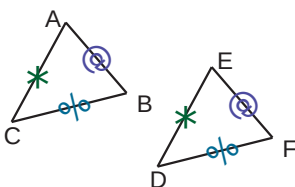
Si deux triangles sont égaux alors ils ont leurs trois côtés et leurs trois angles de même mesure.

Propriété : cas d'égalité de deux triangles

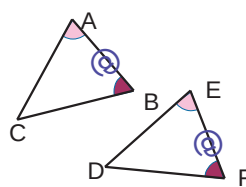
cas n°1 : Si deux triangles ont les longueurs de leurs côtés deux à deux égales, alors les triangles sont égaux.

cas n°2 : Si deux triangles ont un côté de même longueur, commun à deux angles deux à deux de même mesure, alors les triangles sont égaux.

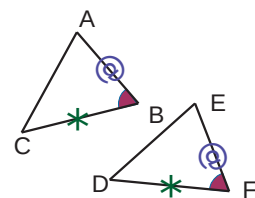
cas n°3 : Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés deux à deux de même longueur, alors les triangles sont égaux.



Cas n°1



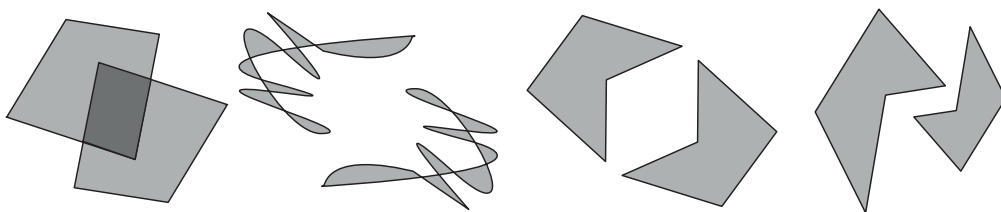
Cas n°2



Cas n°3

Niveau 1

- 1** Trace un segment $[AB]$ de 5 cm de longueur puis construis le point C symétrique de B par rapport à A.
- 2** Trace un segment $[RT]$ de 8,4 cm de longueur puis place le point W tel que R et T soient symétriques par rapport au point W.
- 3** Construis un triangle THE tel que $TE = 4$ cm ; $TH = 5$ cm et $EH = 6$ cm. Construis le symétrique de la droite (TH) par rapport au point E.
- 4** Trace un rectangle ABCD tel que $AB = 4$ cm et $BC = 2,5$ cm. Trace le cercle de centre B passant par C. Construis le symétrique de cette figure par rapport au point D.
- 5** Parmi les figures ci-dessous, indique lesquelles sont symétriques et estime la position du centre de symétrie.



- 6** Construis le parallélogramme VOLE tel que $VO = 4$ cm, $VE = 5$ cm et $VL = 3$ cm.
- 7** Construis le parallélogramme PRLG tel que $PR = 5$ cm, $PG = 6$ cm et $\widehat{RPG} = 74^\circ$ en utilisant la propriété sur le parallélisme des côtés opposés du parallélogramme.
- 8** Construis le parallélogramme DRAP tel que $DR = 6$ cm, $DP = 8$ cm et $\widehat{RDP} = 40^\circ$ en utilisant la propriété sur l'égalité des longueurs des côtés opposés du parallélogramme.
- 9** Construis un rectangle BLAN de centre C dont les diagonales mesurent 7 cm et tel que l'angle BCL mesure 80° .
- 10** Dessine un carré BEAU de centre X dont les diagonales mesurent 4 cm. Démontre que le triangle AUX est un triangle rectangle isocèle en X.
- 11** Dessine un parallélogramme ABCD tel que $AB = 3$ cm, $AD = 6$ cm et $\widehat{ABC} = 90^\circ$. Démontre que ABCD est un rectangle.

Niveau 2

- 12** Place trois points non alignés A, B et C.
 - a. Place D, image du point B par la rotation de centre A, d'angle 70° dans le sens direct.
 - b. Place E, image du point C par la rotation de centre B, d'angle 120° dans le sens indirect.
 - c. Construis F tel que le triangle BEF soit l'image du triangle ABC dans la rotation précédente de centre B.
- 13** Place trois points non alignés A, B et C.
 - a. Place D, image du point B par la translation qui transforme A en C.
 - b. Explique pourquoi les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Niveau 3

- 14** ABC est un triangle isocèle en A, M est le milieu du segment $[AC]$ et N le milieu du segment $[AB]$.
 - a. Démontre que BMA et CNA sont deux triangles égaux.
 - b. Démontre que $BM = CN$.

Triangles rectangles

D3

Objectifs de cycle

■ Racines carrées	tests n° 1, 2 et 3	Niveau 2
■ Théorème de Pythagore	tests n° 4, 5 et 6	Niveau 2
■ Réciproque du théorème de Pythagore	tests n° 7 et 8	Niveau 2
■ Trigonométrie		
Utiliser une formule	tests n° 9 et 10	Niveau 3
Calculer une longueur	tests n° 11, 12 et 13	Niveau 3
Calculer une mesure d'angle	tests n° 14 et 15	Niveau 3

- Le théorème de Pythagore et sa réciproque sont étudiés en 4^e.
- Les activités proposées permettent aux élèves de s'entraîner aux raisonnements mathématiques et à la démonstration : les propriétés conjecturées à l'aide d'outils numériques sont ensuite validées par le raisonnement et la démonstration.
- La définition de la racine carrée est introduite et l'activité permet de prendre conscience que certains nombres ne sont pas rationnels.

1) Utiliser les racines carrées

Définition

Le nombre **positif** qui, élevé au carré, donne le nombre a s'appelle la **racine carrée** de a . On le note $\sqrt{a}$.

» **Exemple :** Il y a deux nombres qui, élevés au carré, donnent 25 : ce sont 5 et -5 car $5^2 = 25$ et $(-5)^2 = 25$. $\sqrt{25}$ est le nombre positif, c'est-à-dire 5.

Règles

Pour tout nombre **positif** a , on a $(\sqrt{a})^2 = a$ et $\sqrt{a^2} = a$.

» **Exemple :** $\sqrt{1}=1$; $(\sqrt{3,6})^2=3,6$; $\sqrt{2} \times \sqrt{2}=2$ et $\sqrt{1,3 \times 1,3}=1,3$

Définition

Un **carré parfait** est le carré d'un nombre entier.

» **Exemple :** Voici la liste des 15 premiers carrés parfaits :
 $1^2=1$; $2^2=4$; $3^2=9$; $4^2=16$; $5^2=25$; $6^2=36$; $7^2=49$; $8^2=64$; $9^2=81$; $10^2=100$; $11^2=121$;
 $12^2=144$; $13^2=169$; $14^2=196$; $15^2=225$.

2) Calculer des longueurs avec le théorème de Pythagore

Théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

» Entraîne-toi à Calculer la longueur de l'hypoténuse

■ Énoncé

NIV est un triangle rectangle en V tel que $VI=4$ cm et $VN=5$ cm. Détermine la longueur de l'hypoténuse [NI] et donne-en une valeur arrondie au mm.

Correction

Le triangle NIV est rectangle en V.
D'après le théorème de Pythagore, on a :
 $NI^2 = NV^2 + VI^2$
soit $NI^2 = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$
NI est une distance, donc $NI > 0$ et on a :
 $NI = \sqrt{41}$
 $NI \approx 6,4$ cm

» Entraîne-toi à Calculer la longueur d'un des côtés de l'angle droit

■ Énoncé

RAS est un triangle rectangle en A tel que $RS = 9,7$ cm et $RA = 7,2$ cm. Calcule AS.

Correction

Le triangle RAS est rectangle en A.
D'après le théorème de Pythagore, on a :
 $RS^2 = RA^2 + AS^2$
 $9,7^2 = 7,2^2 + AS^2$
 $94,09 = 51,84 + AS^2$
 $AS^2 = 94,09 - 51,84$
 $AS^2 = 42,25$
 $AS = \sqrt{42,25}$ cm.
 $AS = 6,5$ cm (**valeur exacte**).

3) Démontrer qu'un triangle est rectangle... ou pas

Réciproque et autre formulation du théorème de Pythagore

Soit un triangle ABC dans lequel [AB] est le **plus grand côté**.

Si $AB^2 = AC^2 + BC^2$ alors ce triangle est rectangle en C.

Si $AB^2 \neq AC^2 + BC^2$ alors ce triangle n'est pas rectangle.

👉 Entraîne-toi à Vérifier qu'un triangle est ou n'est pas rectangle

■ Énoncé

NUL est un triangle tel que $NU = 42$ cm ; $LU = 46$ cm et $LN = 62$ cm.

Démontre que NUL n'est pas un triangle rectangle.

Correction

Dans le triangle NUL, le plus long côté est [LN]

$$\begin{aligned} \text{D'une part, } LN^2 &= 62^2 \\ LN^2 &= 3844 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autre part, } LU^2 + NU^2 &= 46^2 + 42^2 \\ LU^2 + NU^2 &= 2116 + 1764 \\ LU^2 + NU^2 &= 3880 \end{aligned}$$

$$\text{Donc } LN^2 \neq LU^2 + NU^2.$$

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée donc le triangle NUL n'est pas rectangle.

■ Énoncé

NEZ est un triangle tel que $NE = 75$ cm ; $EZ = 45$ cm et $NZ = 60$ cm.

Démontre que ce triangle est rectangle.

Correction

Dans le triangle NEZ, le plus long côté est [NE].

$$\begin{aligned} \text{D'une part, } NE^2 &= 75^2 \\ NE^2 &= 5625 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autre part, } EZ^2 + NZ^2 &= 45^2 + 60^2 \\ EZ^2 + NZ^2 &= 2025 + 3600 \\ EZ^2 + NZ^2 &= 5625 \end{aligned}$$

$$\text{Donc } NE^2 = EZ^2 + NZ^2.$$

L'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle NEZ est rectangle en Z.

4) Écrire une relation trigonométrique

À connaître

Dans un **triangle rectangle**,

- le **cosinus d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par la longueur de l'hypoténuse ;
- le **sinus d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur de l'hypoténuse ;
- la **tangente d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur du côté adjacent à cet angle.

Propriétés

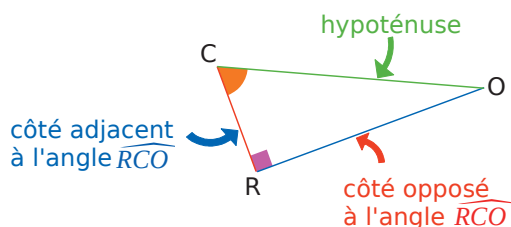
- Le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont toujours compris entre 0 et 1.
- La tangente d'un angle aigu est un nombre supérieur à 0.
- Le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle aigu sont des nombres sans unité.

▶ **Entraîne-toi à** Écrire une relation trigonométrique

■ **Énoncé**

Le triangle COR est rectangle en R. Écris les formules donnant le cosinus, le sinus et la tangente de l'angle $\widehat{RCO}$.

Correction



Le triangle COR est rectangle en R donc

$$\cos(\widehat{RCO}) = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{RCO}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos(\widehat{RCO}) = \frac{CR}{CO}$$

$$\sin(\widehat{RCO}) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{RCO}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin(\widehat{RCO}) = \frac{RO}{CO}$$

$$\tan(\widehat{RCO}) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{RCO}}{\text{côté adjacent à } \widehat{RCO}}$$

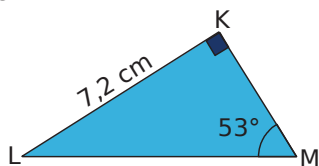
$$\tan(\widehat{RCO}) = \frac{RO}{CR}$$

5) Calculer des longueurs avec la trigonométrie

▶ **Entraîne-toi à** Calculer une longueur

■ **Énoncé**

On considère KLM un triangle rectangle en K tel que $KL = 7,2$ cm et $\widehat{LMK} = 53^\circ$. Calcule la longueur du côté [LM] arrondie au millimètre.



Correction

Dans le triangle KLM rectangle en K, [LK] est le côté opposé à l'angle $\widehat{LMK}$; [LM] est l'hypoténuse.

On peut utiliser le sinus de l'angle $\widehat{LMK}$.

$$\sin(\widehat{LMK}) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{LMK}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin(\widehat{LMK}) = \frac{KL}{LM} \text{ soit } \sin 53^\circ = \frac{7,2}{LM}$$

$$LM = 7,2 \div \sin 53^\circ$$

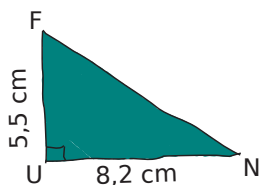
$$LM \approx 9,0 \text{ cm.}$$

6) Calculer la mesure d'un angle

▶ **Entraîne-toi à** Calculer la mesure d'un angle

■ **Énoncé**

Soit FUN un triangle rectangle en U tel que $UN = 8,2$ cm et $UF = 5,5$ cm. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{UNF}$ arrondie au degré.



Correction

Dans le triangle FUN rectangle en U, [FU] est le côté opposé à l'angle $\widehat{UNF}$;

[UN] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{UNF}$.

On peut utiliser la tangente de l'angle $\widehat{UNF}$.

$$\tan(\widehat{UNF}) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{UNF}}{\text{côté adjacent à } \widehat{UNF}}$$

$$\tan(\widehat{UNF}) = \frac{UF}{UN}$$

$$\tan(\widehat{UNF}) = \frac{5,5}{8,2} \text{ donc } \widehat{UNF} = \tan^{-1}\left(\frac{5,5}{8,2}\right)$$

$$\widehat{UNF} \approx 34^\circ.$$

Je me teste

Niveau 2

1 Recopie et complète.

$$\sqrt{0} = \dots \quad \sqrt{81} = \dots \quad \sqrt{7,3^2} = \dots \quad \sqrt{\dots} = 4 \quad \sqrt{\pi} \times \sqrt{\pi} = \dots$$

2 À l'aide de la calculatrice, donne l'écriture décimale exacte ou approchée à 0,001 près des nombres suivants :

$$F = \sqrt{3} \quad G = \frac{\sqrt{529}}{23} \quad H = 5\sqrt{0,81}$$

3 Dresse la liste des douze premiers carrés parfaits.

4 TER est un triangle rectangle en T tel que TE = 6 m et TR = 4 m.
Calcule la valeur exacte de ER puis donne la valeur arrondie au centimètre.

5 ARC est un triangle rectangle en A tel que RC = 13 m et AR = 5 m.
Calcule la longueur AC.

6 Soit DEF un triangle tel que DE = 11 cm ; EF = 13 cm et DF = 15 cm.
Construis le triangle DEF puis démontre que ce n'est pas un triangle rectangle.

7 Soit XYZ un triangle tel que XY = 32 cm ; YZ = 40 cm et XZ = 24 cm.
Démontre que le triangle XYZ est rectangle. Tu préciseras en quel point.

8 Soit UVW un triangle tel que UV = 20 dm ; UW = 2,1 m et VW = 290 cm.
Démontre que le triangle UVW est rectangle. Tu préciseras en quel point.

Niveau 3

9 ENT est un triangle rectangle en E. Écris les rapports de longueurs donnant $\cos(\widehat{TNE})$, $\sin(\widehat{TNE})$ et $\tan(\widehat{TNE})$.

10 NOE est un triangle rectangle en O. Pour chacun des rapports suivants, précise s'il s'agit du cosinus, du sinus ou de la tangente d'un des angles aigus du triangle NOE :

$$\frac{NO}{NE} ; \frac{OE}{ON} ; \frac{EO}{EN} \text{ et } \frac{ON}{OE}. \text{ Tu préciseras lequel.}$$

11 Le triangle NIV est rectangle en N ; VN = 4 m et l'angle $\widehat{VIN}$ mesure 12° .
Calcule la longueur IN arrondie au centimètre.

12 Le triangle AUE est rectangle en U ; AE = 10 cm et $\widehat{EAU} = 19^\circ$.
Donne la valeur arrondie au millimètre de la longueur du côté [UE].

13 Le triangle VLR est rectangle en V ; LR = 8,7 cm et $\widehat{VRL} = 72^\circ$.
Donne la valeur arrondie au millimètre de la longueur du côté [VR].

14 Le triangle EXO est rectangle en X tel que EX = 3 cm et OE = 7 cm.
Calcule les valeurs arrondies au degré de la mesure des angles $\widehat{EOX}$ et $\widehat{XEO}$.

15 Le triangle JUS est rectangle en U. Calcule la valeur arrondie au degré de la mesure de l'angle $\widehat{UJS}$ sachant que UJ = 6,4 cm et US = 4,8 cm.

→ Voir Corrigés p. 368

Triangles et proportionnalité

D4

Objectifs de cycle

■ Utiliser le théorème de Thalès	tests n° 1, 2 et 3	Niveau 3
■ Utiliser la réciproque du théorème de Thalès	test n° 4	Niveau 3
■ Agrandir ou réduire une figure	tests n° 5, 6 et 7	Niveau 3
■ Utiliser l'homothétie	test n° 8	Niveau 3
■ Triangles semblables	test n° 9	Niveau 3

- Dans ce chapitre est étudié le lien entre les triangles et la proportionnalité, en commençant par le théorème de Thalès et sa réciproque.
- L'apprentissage de l'homothétie permet de poursuivre l'étude en utilisant des coefficients négatifs et ainsi d'unifier toutes les configurations du théorème de Thalès.
- L'agrandissement/réduction de figure permet également une généralisation à toutes les figures et d'introduire les figures semblables, où les triangles semblables sont plus particulièrement étudiés.
- En fin de chapitre sont regroupés des exercices sur les thèmes : construire à la règle et au compas, mesurer des longueurs inaccessibles, déterminer le rayon de la Terre, déterminer la distance Terre-Lune.

1) Utiliser le théorème de Thalès

Propriété

Soient deux droites (d) et (d') sécantes en A.
B et M sont deux points de (d) distincts de A.
C et N sont deux points de (d') distincts de A.

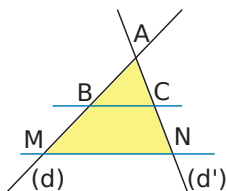
Si les droites (BC) et (MN) sont **parallèles** alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Entraîne-toi à Calculer une longueur avec le théorème de Thalès

Énoncé

Sur la figure ci-dessous, les droites (BC) et (MN) sont parallèles. $AB = 3$ cm ; $AN = 4$ cm et $AM = 7$ cm.

Calcule la longueur AC.



Correction

Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A.
Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}, \text{ soit } \frac{3}{7} = \frac{AC}{4} = \frac{BC}{MN}.$$

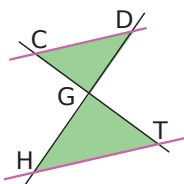
Calcul de AC : $7 \times AC = 3 \times 4$ soit

$$AC = \frac{3 \times 4}{7} = \frac{12}{7} \text{ donc } AC = \frac{12}{7} \text{ cm.}$$

Énoncé

Sur la figure ci-dessous, les droites (CD) et (HT) sont parallèles.

On donne $DG = 25$ mm ;
 $GH = 45$ mm ; $CG = 20$ mm
et $HT = 27$ mm. Calcule GT.



Correction

Les droites (DH) et (CT) sont sécantes en G.

Les droites (CD) et (HT) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a

$$\frac{GC}{GT} = \frac{GD}{GH} = \frac{CD}{HT}, \text{ soit } \frac{20}{GT} = \frac{25}{45} = \frac{CD}{27}.$$

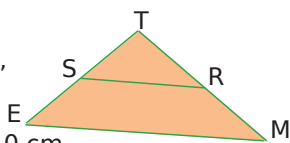
Calcul de GT : $25 \times GT = 45 \times 20$.

$$GT = \frac{45 \times 20}{25} \text{ donc } GT = 36 \text{ mm.}$$

Entraîne-toi à Justifier que deux droites ne sont pas parallèles

Énoncé

Sur la figure ci-contre,
 $TR = 11$ cm ;
 $TS = 8$ cm ;
 $TM = 15$ cm et $TE = 10$ cm.
Montre que les droites (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.



Correction

Les droites (ES) et (MR) sont sécantes en T.

$$\frac{TR}{TM} = \frac{11}{15} = \frac{22}{30} \text{ et } \frac{TS}{TE} = \frac{8}{10} = \frac{24}{30}. \text{ On constate}$$

que $\frac{TR}{TM} \neq \frac{TS}{TE}$. D'après le théorème de Thalès,
(RS) et (ME) ne sont pas parallèles.

2) Utiliser la réciproque du théorème de Thalès

Réciproque du théorème de Thalès

Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A. B et M sont deux points de (d) distincts de A et C et N sont deux points de (d') distincts de A.

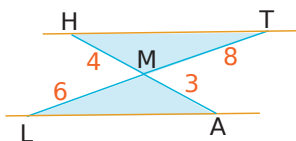
Si les points A, B, M d'une part, et les points A, C, N d'autre part, sont alignés

dans le même ordre et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Entraîne-toi à Justifier que deux droites sont parallèles

Énoncé

Les droites (LA) et (HT) sont-elles parallèles ?



Correction

On a $\frac{MH}{MA} = \frac{4}{3}$ et $\frac{MT}{ML} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$.

On constate que $\frac{MH}{MA} = \frac{MT}{ML}$.

De plus, les points A, M, H d'une part et les points L, M, T d'autre part sont alignés dans le même ordre.

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AL) et (HT) sont parallèles.

3) Agrandir ou réduire une figure

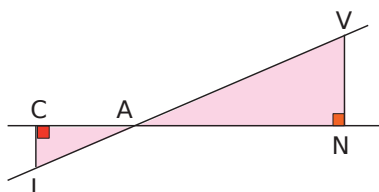
Propriété

Lorsque deux figures ont la **même forme** et des **longueurs proportionnelles**, on dit que l'une est un agrandissement ou une réduction de l'autre.

Entraîne-toi à Reconnaître une réduction ou un agrandissement

Énoncé

Les droites (VL) et (CN) sont sécantes en A.
(LC) et (VN) sont perpendiculaires à (CN).
Le triangle LAC est-il une réduction du triangle VAN ? Justifie ta réponse.



Correction

Les droites (CN) et (VL) sont sécantes en A.
Les droites (LC) et (NV) sont perpendiculaires à la même droite (AN) donc elles sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on

en déduit que $\frac{AN}{AC} = \frac{AV}{AL} = \frac{NV}{LC}$.

Les longueurs de VAN et LAC sont proportionnelles.

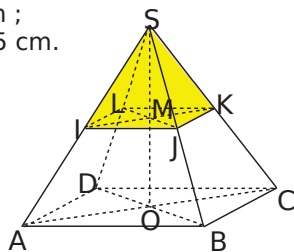
LAC est une réduction de VAN.

» **Remarque :** Les triangles LAC et VAN sont deux triangles qui ont la même forme.

Entraîne-toi à Calculer des longueurs réduites ou agrandies

Énoncé

La pyramide SIJKL est une réduction de la pyramide SABCD.
On donne $AB = 6$ cm ;
 $SA = 15$ cm et $SI = 5$ cm.
Calcule IJ.



Correction

On sait que la pyramide SIJKL est une réduction de rapport k de la pyramide SABCD. Donc les longueurs des deux pyramides sont proportionnelles.

[SI] étant une réduction de rapport k de [SA],

on en déduit que : $k = \frac{SI}{SA} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$.

De même, [IJ] est une réduction de rapport $\frac{1}{3}$ de [AB].

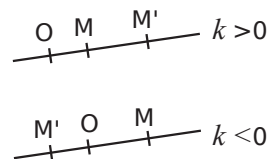
Donc $IJ = k \times AB = \frac{1}{3} \times 6 = 2$ cm.

4) Transformer avec l'homothétie

Définition

M' est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport k (k un nombre réel différent de 0) lorsque :

- si k est positif : $M' \in [OM]$ ou si k est négatif : $O \in [MM']$
- $OM' = k OM$ si k est positif, $OM' = -k OM$ si k est négatif



» Remarque 1

- Si $k > 1$ ou $k < -1$, la figure image est un agrandissement de la figure initiale.
- Si $-1 < k < 0$ ou $0 < k < 1$, la figure image est une réduction de la figure initiale.

Propriétés

Par une homothétie de rapport k (k étant un nombre réel), l'image

- d'une droite est une droite qui lui est parallèle
- d'un segment $[MN]$ est un segment $[M'N']$ de longueur $k MN$ (si $k > 0$) ou $-k MN$ (si $k < 0$)

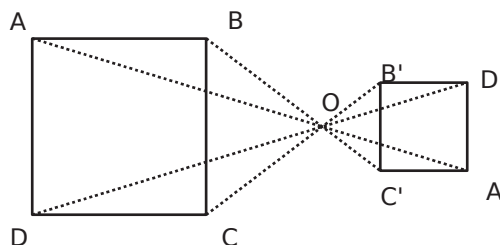
» **Remarque 2** : L'image d'un triangle par une homothétie est un triangle dont les côtés sont parallèles et proportionnels aux côtés initiaux. Le théorème de Thalès s'applique !

» Entraîne-toi à Construire l'image d'une figure par homothétie

■ Énoncé

Trace un carré $ABCD$ et place un point O à l'extérieur. Construis $A'B'C'D'$, image du quadrilatère $ABCD$ par l'homothétie de centre O et de rapport $-0,5$.

Correction



5) Triangles semblables

Définition

Deux triangles sont **semblables** si les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre.

Propriété

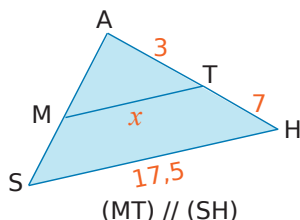
Si deux triangles sont semblables alors les longueurs des côtés de l'un sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre. Et réciproquement.



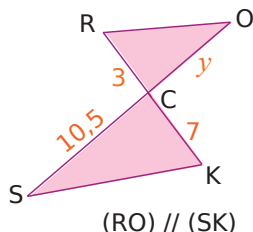
1 Dans le triangle DST, E est un point de [DS] et F un point de [DT] tels que $DS = 6,3$ cm ; $EF = 2,9$ cm ; $ST = 8,7$ cm et $DF = 1,8$ cm. De plus, (EF) et (ST) sont parallèles. Calcule DE et DT.

2 Dans chacun des cas suivants, calcule, si c'est possible, la valeur de x , y et z indiquée sur la figure.

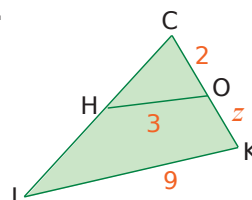
a.



b.



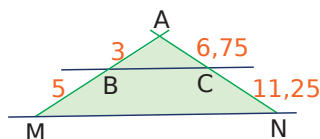
c.



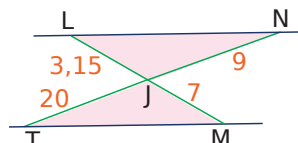
3 Dans le triangle DOT, E est un point de [DO]. La parallèle à (OT) passant par E coupe [DT] en F. On sait que $DO = 6$ cm ; $DT = 5$ cm ; $OT = 8$ cm et $DF = 1$ cm. Calcule DE et EF.

4 Montre que les droites bleues sur les figures ci-dessous sont parallèles.

a.



b.



5 Le triangle BEC est une réduction de rapport 0,75 du triangle TOP de côtés 3,6 cm ; 5,2 cm et 7,2 cm. Donne les longueurs du triangle BEC puis construis-le.

6 Donne les mesures des côtés d'un agrandissement de rapport 2,5 d'un triangle PAS tel que $\widehat{APS} = 100^\circ$, $\widehat{SAP} = 50^\circ$ et $PA = 3$ cm.

7 Soit un rectangle BLEU de longueur 5 cm et de largeur 4 cm. Soit ROSE une réduction de BLEU de rapport $\frac{3}{5}$. Quelle est la nature du quadrilatère ROSE ? Justifie ta réponse puis construis ROSE.

8 Soit TRAN un losange tel que $TR = 5$ cm et tel que l'angle $\widehat{TRA}$ mesure 30° . Place un point O à l'extérieur du losange et construis JEDI, image de TRAN par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{3}{2}$.

9 ABC est un triangle rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = 70^\circ$. DEF est un triangle rectangle en E tel que $\widehat{EDF} = 20^\circ$. Démontre que ABC et DEF sont deux triangles semblables et écris l'égalité des rapports de longueurs.

Repérage

D5

Objectifs de cycle

■ Repérage sur la demi-droite graduée

Nombres entiers positifs

Nombres positifs en écriture fractionnaire

Nombres positifs décimaux

test n° 1

test n° 2

Niveau 1

Niveau 1

Niveau 1

■ Repérage sur la droite graduée

tests n° 3, 4, 5 et 6

Niveau 1

■ Repérage dans le plan

test n° 7

Niveau 2

■ Repérage sur la sphère

Niveau 3

- Ce chapitre est transversal entre géométrie et nombres.
- Il regroupe les exercices de repérage sur une demi-droite avec une progressivité en fonction des nombres rencontrés. La droite graduée est étudiée avec les nombres relatifs.
- Ensuite le repérage sur le plan et la sphère sont abordés.

1) Repérer un point sur un axe gradué

Définition

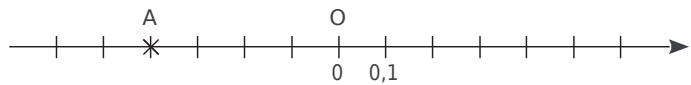
L'**abscisse** d'un point sur un axe gradué sert à repérer le point sur l'axe. C'est un nombre relatif qui indique la distance du point à l'origine (la distance à zéro).

Son signe est

- positif si le sens de l'origine vers le point est celui de l'axe,
- négatif dans le sens contraire.

» **Remarque** : à chaque point d'un axe gradué correspond un nombre relatif et à tout nombre relatif correspond un point d'un axe gradué.

» **Exemple** : Sur la droite graduée ci-dessous, l'abscisse du point A est $-0,4$ et il se note $A(-0,4)$



2) Repérer un point dans un repère du plan

Définitions

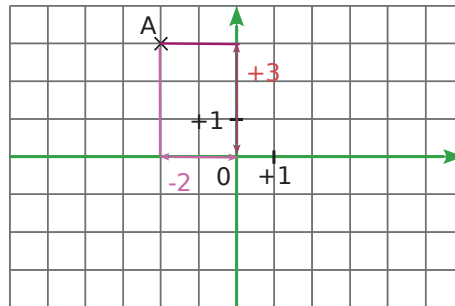
Un **repère orthogonal** est constitué de deux axes gradués perpendiculaires et de même origine.

Il permet de repérer les points du plan par un couple de nombres.

Ce sont les **coordonnées** du point :

- en premier la coordonnée horizontale, appelée **abscisse** ;
- en deuxième la coordonnée verticale, appelée **ordonnée**.

» **Exemple** : Les coordonnées du point A sont $(-2 ; +3)$.



3) Repérer sur la Terre

Définitions

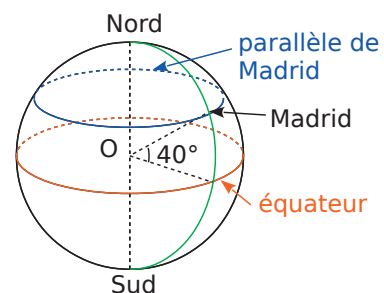
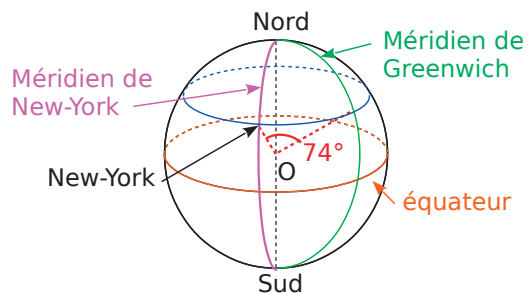
La Terre est assimilée à une sphère.

- Les axes sont
 - un cercle : l'**équateur**
 - un demi-cercle : le méridien de **Greenwich**.

L'origine est le centre de la Terre.

- La Terre est quadrillée par des cercles **parallèles** à l'équateur et des demi-cercles, d'extrémités les pôles, appelés **méridiens**.
- L'abscisse d'un point correspond à l'angle entre le méridien de Greenwich et le méridien du point orienté Ouest ou Est. On l'appelle la **longitude**.
- L'ordonnée d'un point correspond à l'angle entre l'équateur et le parallèle du point orienté Nord ou Sud. On l'appelle la **latitude**.

» **Exemple** : La latitude de Madrid est 40° Nord, la longitude de New-York est 74° Ouest.





Je me teste

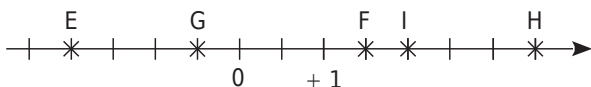
Niveau 1

1 Sur une même demi-droite graduée, place les points $C\left(\frac{3}{4}\right)$; $D\left(2 - \frac{1}{4}\right)$ et $E\left(\frac{5}{2}\right)$.

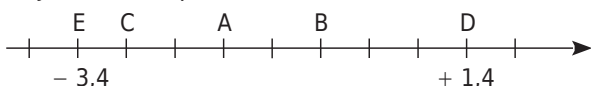
2 Sur une demi-droite graduée, place les points M d'abscisse 2,7 et N d'abscisse 5,2.

3 Trace une droite d'origine O puis gradue-la en prenant pour unité 2 cm.
Places-y les points A, B, C et D d'abscisses respectives +3 ; -1,5 ; +2,5 et -3.
Que peux-tu dire des abscisses de A et D ? Que peux-tu dire des points A et D ?

4 Donne l'abscisse de chacun des points E, F, G, H et I.

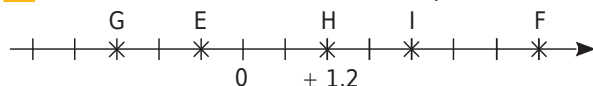


5 Réponds par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifie la réponse.



- Il y a exactement quatre entiers relatifs compris entre les abscisses des points E et D.
- Le point A a pour abscisse -1,2.
- L'abscisse de B est positive.
- L'abscisse de C est -2,8.
- L'abscisse du milieu du segment [AB] est un nombre entier relatif positif.
- Exactement deux points ont une abscisse positive.
- L'origine de cet axe se situe entre les points B et D.
- Le symétrique du point E par rapport au point d'abscisse -1 est le point D.

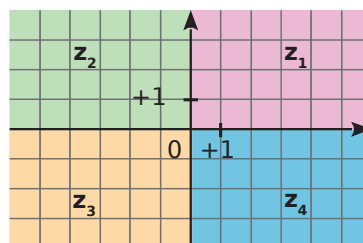
6 Donne l'abscisse de chacun des points E, F, G, H et I.



Niveau 2

7 Les axes de coordonnées d'un repère partagent le plan en quatre zones, notées z_1 , z_2 , z_3 et z_4 .

Pour chacune des zones, donne le signe de chacune des coordonnées (abscisse et ordonnée) d'un point de cette zone.



Espace

D6

Objectifs de cycle

■ **Prisme droit et cylindre de révolution**

tests n° 1 et 2

Niveau 1

■ **Pyramide et cône de révolution**

tests n° 3 et 4

Niveau 2

■ **Sphère et boule**

Niveau 3

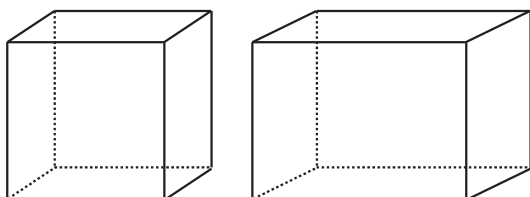
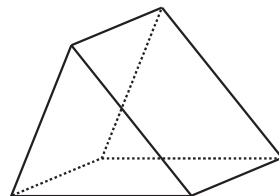
- Ce chapitre étudie les solides usuels, leurs représentations et leurs patrons.

1) Étudier un prisme droit

Définition

Un **prisme droit** est un solide formé de deux bases polygonales (de même taille) superposables, parallèles, reliées par des faces latérales rectangulaires.

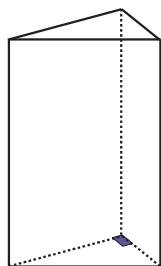
» **Remarque :** Le cube est un prisme à base carrée et le pavé droit est un prisme droit à base rectangulaire.



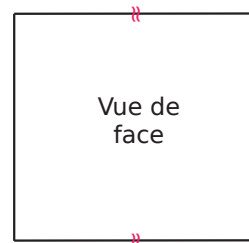
Entraîne-toi à Construire une face de prisme en vraie grandeur

Énoncé

La hauteur du prisme droit schématisé ci-contre mesure 3 cm. Sa base est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 2 cm et 2,5 cm. Trace en vraie grandeur une vue de dessous et une vue de la face avant.



Correction



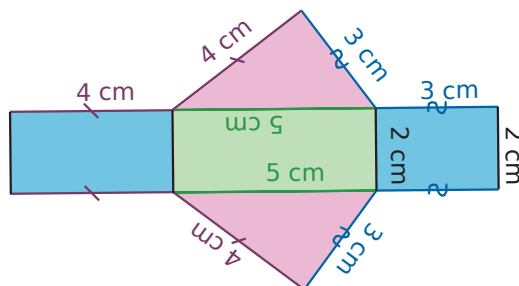
» **Remarque :** Le mesure de la largeur de la face avant correspond à l'hypoténuse de la base et se reporte au compas.

Entraîne-toi à Construire un patron de prisme

Énoncé

Construis un patron d'un prisme droit dont la base est un triangle de côtés 5 cm, 4 cm et 3 cm, et dont la hauteur est égale à 2 cm.

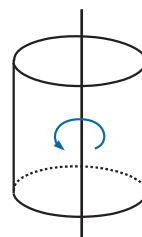
Correction



2 Étudier un cylindre de révolution

Définition

Un **cylindre de révolution** est un solide engendré par la rotation d'un rectangle autour de l'un de ses côtés.
La surface latérale est un rectangle enroulé autour de la base.



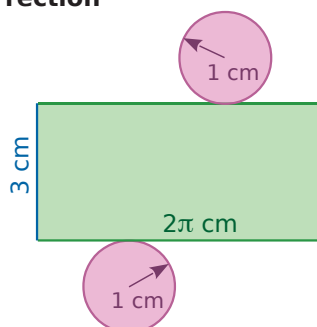
Entraîne-toi à Construire un patron de cylindre

Énoncé

Construis un patron d'un cylindre de révolution de hauteur 3 cm ayant pour base un disque de rayon 1 cm.

» **Remarque :** La surface latérale est un rectangle. L'une de ses dimensions est la hauteur du cylindre, l'autre est la longueur de la base (ici, $2 \times \pi \times 1^2 \approx 6,28$ cm).

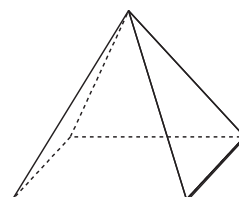
Correction



3 Étudier une pyramide

Définition

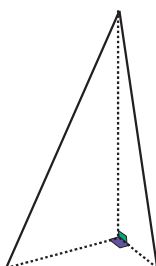
Une **pyramide** est un solide constitué d'une base polygonale. Chaque côté de la base est relié au sommet par une face triangulaire.



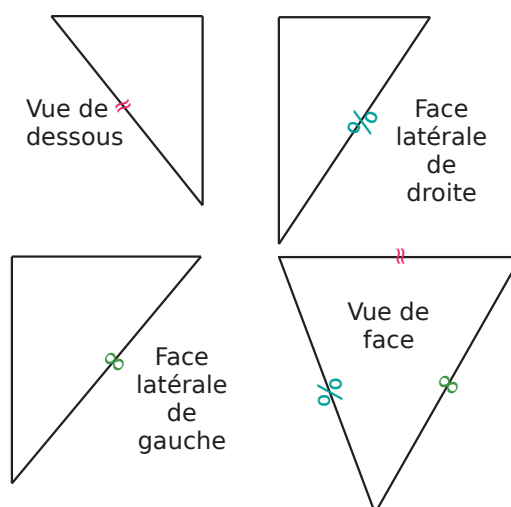
Entraîne-toi à Construire une face de pyramide en vraie grandeur

Énoncé

La hauteur de la pyramide schématisée ci-contre mesure 3 cm. Sa base est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 2 cm et 2,5 cm. Trace en vraie grandeur une vue de la face avant.



Correction



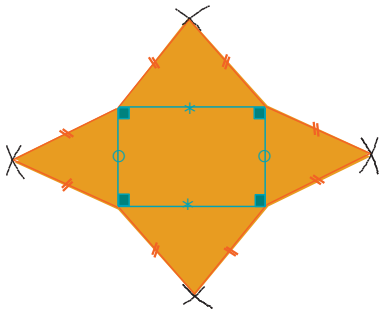
» **Remarque :** Quand le tracé d'une face nécessite des mesures non données, le tracé d'autres faces peut s'avérer nécessaire afin de reporter les longueurs au compas.

Entraîne-toi à Construire un patron de pyramide

Énoncé

Construis un patron d'une pyramide dont la base est un rectangle.

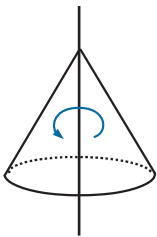
Correction



4 Étudier un cône de révolution

Définition

Un **cône de révolution** est un solide engendré par la rotation d'un triangle rectangle autour de l'un des côtés de l'angle droit.
La surface latérale est une portion de disque enroulée autour de la base.



Entraîne-toi à Construire un patron de cône

Énoncé

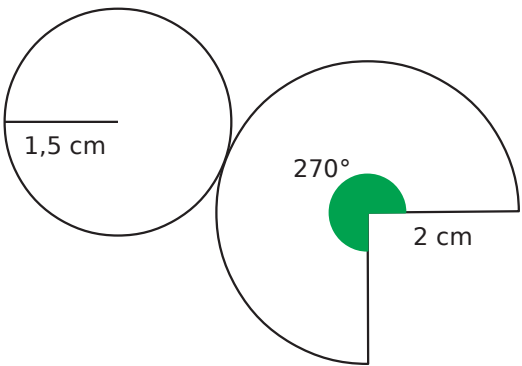
Construis un patron d'un cône dont le rayon de la base mesure 1,5 et dont une génératrice mesure 2 cm.

» **Remarque :** La surface latérale est une portion de disque. La mesure de l'angle au centre de cette portion se calcule avec un tableau de proportionnalité.

Rayon de la base=1,5	Rayon de la génératrice=2
Angle au centre de la portion	360°

Ici, $360^\circ \times 1,5 \div 2 = 270^\circ$

Correction



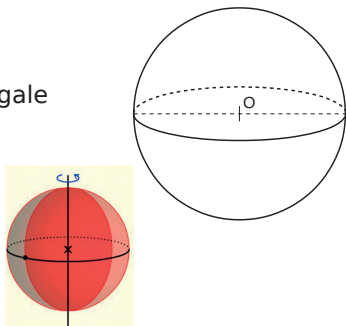
5 Étudier une sphère

Définition

Une **sphère** de centre O est l'ensemble des points de l'espace à égale distance du point O. Cette distance s'appelle le rayon.

Remarques

Une sphère n'a pas de patron. Les planisphères sont des approximations obtenues par projections.
La sphère est aussi un solide engendré par une rotation, celle d'un demi-cercle (ou d'un cercle) autour d'un diamètre.





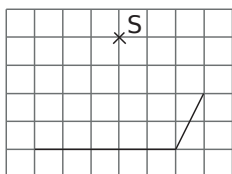
Je me teste

Niveau 1

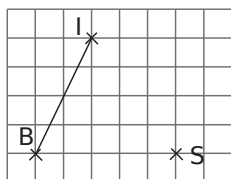
- 1 Dessine un patron d'un prisme droit de hauteur 3 cm ayant pour base un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 2,5$ cm et $AC = 4$ cm.
- 2 Dessine un patron d'un cylindre de révolution de rayon de base 2,5 cm et de hauteur 7 cm.

Niveau 2

- 3 Complète les tracés en perspective ci-après pour obtenir un solide de sommet S.
- a. Une pyramide à base rectangulaire.



- b. Un cône de révolution ayant pour diamètre de base le segment [IB].



- 4 Trace un patron de la pyramide dont la base est un carré de côté 5 cm et dont chaque arête latérale mesure 6,5 cm puis code les longueurs égales.

Algorithmique et programmation

E

Objectifs de cycle

- Introduction à la programmation
- Les variables
- Les tests
- Les boucles « POUR »
- Les boucles « TANT QUE »
- Événements et scripts simultanés
- Les tableaux, les listes
- Les fonctions et procédures

Activité 0

Activité 7

Activité 8

Activité 1

Activité 2

Activité 3

Activité 4

Activité 2

Activité 5

Activité 6

- Ce chapitre permet aux élèves de découvrir les algorithmes et la programmation. Il ne peut pas se résumer à un cours, mais il aide l'élève à progresser à travers diverses notions.
- Algorithmes : on étudiera les entrées-sorties, la notation, sans aller plus loin.
- Programmation : les élèves peuvent programmer avec les logiciels « Scratch » ou « Python », en utilisant progressivement tests, boucles et tableaux.
- Une partie spécifique au logiciel « Scratch » permet de se familiariser avec les événements et scripts simultanés.
- Les **exercices débutant par « * »** ne sont pas réalisables avec le logiciel « Scratch » au niveau où ils sont donnés.

1) Introduction à la programmation

A. Algorithme

Définition

Un **algorithme** est une liste ordonnée et logique d'instructions permettant de résoudre un problème.

Remarques :

- Il y a des algorithmes dans la vie courante : planter un clou, fermer à clé, visser, exécuter une recette de cuisine, monter un meuble préfabriqué ...
- Ils sont décrits en langage courant. Il peut y avoir plusieurs algorithmes différents pour effectuer une même tâche.

» Exemple : Planter un clou pour un droitier

- prendre le clou de la main gauche
- poser la pointe du clou à l'emplacement voulu
- prendre le marteau dans la main droite
- répéter « taper le clou avec le marteau » jusqu'à ce que le clou soit suffisamment enfoncé pour tenir seul
- retirer la main gauche
- répéter « taper le clou avec le marteau » jusqu'à ce que le clou soit complètement enfoncé

Remarques :

Un algorithme peut être traduit, grâce à un langage de programmation, en un programme exécutable par un ordinateur. Ce sera l'objet du paragraphe B. Nous nous intéressons dans ce chapitre aux algorithmes qui seront utilisés par des machines.

Règle 1

Un **algorithme** se compose de trois grandes parties :

- les informations dont on a besoin au départ ;
- la succession d'instructions à appliquer ;
- la réponse que l'on obtient à l'arrivée.

» Exemples

Parties	Exemple 1	Exemple 2
Informations de départ	addition de deux nombres ; nombres A et B	recherche de la position de la lettre « a » dans un mot ; un mot
Succession d'instructions	calculer A+B	rechercher la position du caractère « a » dans le mot
Réponse à l'arrivée	la somme obtenue	la position trouvée

Remarques :

- La succession d'instructions n'est pas toujours détaillée explicitement au sein de l'algorithme, mais parfois dans une autre partie, à travers ce que l'on appelle des fonctions ou des procédures (voir le paragraphe 8).
- Cela permet de découper l'algorithme en plusieurs sous-algorithmes et de le rendre plus facile à comprendre.

Règle 2

Par souci de clarté, un algorithme doit éviter de comporter plusieurs fois la même série d'instructions.
Pour éviter cela on utilise, quand on le peut, les boucles (voir paragraphes 4 et 5) ou les fonctions et procédures.
On fait appel à la procédure au lieu de ré-écrire les mêmes instructions.
Cela permet aussi d'avoir des algorithmes et des programmes plus lisibles.

» Exemple : Pour tracer un carré de côté 3 cm

Algorithme :	Procédure « côté » :	
	Programme :	Programme plus efficace :
tracer un segment de 3 cm tourner de 90° à droite	« côté »	Répéter 4 fois « côté »
tracer un segment de 3 cm tourner de 90° à droite	« côté »	
tracer un segment de 3 cm tourner de 90° à droite	« côté »	
tracer un segment de 3 cm tourner de 90° à droite	« côté »	

🔗 Entraîne-toi à Écrire un algorithme Niveau 1

- qui dessine un triangle équilatéral de côté 5cm.
- qui dessine un « Z » de « côté » 4 cm et de 5,7 cm de « diagonale ».

Correction

Algorithme :	Procédure « côté » :	
	Programme :	Programme plus efficace :
tracer un segment de 5 cm tourner de 120° à droite	« côté »	Répéter 3 fois « côté »
tracer un segment de 5 cm tourner de 120° à droite	« côté »	
tracer un segment de 5 cm tourner de 120° à droite	« côté »	

Correction

Algorithme :	Fonction « segment »(<i>longueur</i>) :	
	tracer un segment de <i>longueur</i> cm	
	Programme :	
	segment (4) tourner de 135 ° à droite segment (5,7) tourner de 135 ° à gauche segment (4)	

Entraîne-toi à Comprendre un algorithme

Niveau 1

Que fait l'algorithme suivant ?

Information de départ : le nombre x

Succession d'instructions :

donner à x la valeur $x-3$

donner à x la valeur $(x)^2$

Réponse à l'arrivée : la valeur de x

Correction

Il affiche la valeur de $(x-3)^2$ pour un nombre donné x .

B. Programmation

Remarques :

- Pour pouvoir communiquer avec les machines on utilise un langage de programmation (avec une syntaxe très précise). **Utilisateur** → **algorithme** → **langage** → **ordinateur**
- Pour nous aider, il existe des logiciels qui utilisent des langages plus simples (pseudo-codes) proches du langage courant. Le logiciel traduit ensuite en langage compréhensible par l'ordinateur sans que l'utilisateur ne le voie. **Utilisateur** → **algorithme** → **pseudo-code** → **logiciel** → **langage** → **ordinateur**

» Exemple 1 :

Logiciel de géométrie	Avec un tableur	Avec Scratch
Tracer [AB]	Calculer le nombre $A+2$	Avancer de 50 pas
Choix de l'action « tracer un segment » Clic sur le point A, Clic sur le point B.	Ecrire le nombre A en A1 Choisir la cellule A2 écrire : « $=A1+2$ »	Choisir la brique « avancer de 10 pas » Changer 10 par 50

Règle 3

En programmation les trois grandes parties d'un algorithme deviennent :

- les informations dont on a besoin au départ : les entrées ou la lecture
- la succession d'instructions à appliquer : le traitement
- la réponse que l'on obtient à l'arrivée : les sorties ou l'écriture

Remarques :

- Quand on dit « **lire** » ou « **écrire** » on se place du point de vue du programme ou de la machine.
- On **lit** les entrées : au clavier, à la souris (position ou clic) , à partir d'un fichier (image, texte, son), à partir d 'un capteur ... Cela arrête le programme et attend qu'une action soit réalisée par l'utilisateur ou un autre programme afin d'obtenir une valeur.
- Le **traitement** n'est pas toujours détaillé dans le programme, mais dans une autre partie : les fonctions et procédures. Cela permet de découper un programme en plusieurs « sous programmes » et de le rendre ainsi plus facile à lire.
- Le traitement peut aussi comporter des entrées et des sorties.
- On « **écrit** » les sorties : affichage à l'écran, sur une imprimante, dans un fichier...
- Le langage algorithmique n'existe pas. C'est une convention d'écriture entre le livre, ou le professeur, et les élèves. Nous utiliserons dans la suite de ce livre un « langage algorithmique » couramment utilisé.

» **Exemple 2 :** Un algorithme pour ajouter 2 à un nombre A qui vaut 4.

Langage courant	Pseudo-code		Langage de programmation
	Scratch	Langage algorithmique	Python3
nombre de départ : A attribuer à A la valeur 4 ajouter 2 le résultat est 6		donner à A la valeur 4 ajouter 2 à A écrire A	A=4 A=A+2 print (A)

» **Entraîne-toi à Programmer un algorithme** Niveau 1

Programme un algorithme qui calcule $5(x + 3)$ pour un nombre donné x .

Correction

Langage courant	Pseudo-code		Langage de programmation
	Scratch	Langage algorithmique	Python3
choisir le nombre x ajouter 3 multiplier le résultat par 5 le résultat est $5(x+3)$		lire le nombre x donner à x la valeur $x+3$ donner à x la valeur $5*x$ écrire x	s = input ('x= ') x=int (s) x=x+3 x=5*x print (x)

2) Les variables

A. Définition

Définition

Une **variable** est une information contenue dans une « boîte », que le programme va repérer par son nom. Pour avoir accès au contenu de la boîte, il suffit de la désigner par son nom. Le contenu de cette « boîte » dépend du type de variable. Il y a plusieurs types de variables:

- numérique : entier, réel 1, -1 ou 2 sont entiers ; 0,5, π sont réels
- texte : caractère, chaîne a ou h (caractères) « coucou » (chaîne)
- booléen ne peut prendre que deux valeurs : vrai ou faux

» **Exemples :**

- la variable « A » peut représenter le nombre de frères et sœurs, c'est une variable numérique entière.
- la variable « Mot » peut représenter un nom, c'est une variable de type chaîne.
- la variable « VF » peut représenter un « vrai/faux », c'est une variable booléenne.

Remarques :

- Certains langages n'utilisent pas la déclaration de type. C'est le cas de Scratch et de Python.
- Attention ! Les nombres sont sans unité. L'unité dépend du logiciel utilisé.
- Pour les images, les dessins, on utilise souvent le **pixel** : le pixel (abréviation px) est le plus petit élément d'une image, il ne peut contenir qu'une seule couleur.

B. Affectation

Définition

Affecter une valeur à une variable, c'est donner une valeur à cette variable.

» **Exemple 1 :** Si j'affecte la valeur 3 à la variable A, la « boîte » A contiendra le nombre 3. Ce qui signifie que j'ai 3 frères et sœurs.

Définition

On est tenté d'écrire $A=3$, mais le signe « = » en programmation ne correspond pas au signe « = » en mathématiques. Il signifie qu'on attribue une valeur à une variable. C'est pourquoi on utilise une autre notation.

Écriture	Signification	Notation algorithmique
$A=B$	La « boîte » A reçoit la valeur qui était dans la « boîte » B	$A \leftarrow B$
$B=A$	La « boîte » B reçoit la valeur qui était dans la « boîte » A	$B \leftarrow A$
$A=A+1$	La « boîte » A reçoit sa valeur augmentée de 1	$A \leftarrow A + 1$

Dans la suite, nous utiliserons le symbole $\leftarrow$ pour indiquer une affectation en « langage algorithmique ».

» **Exemple 2 :** L'instruction d'affectation consiste à « remplir » la « boîte » de la variable.

Langage algorithmique	Scratch	Python3
$A \leftarrow 4$ $Mot \leftarrow \text{« coucou »}$		$A=4$ $Mot=\text{"coucou"}$

» **Exemple 3 :** On peut aussi affecter à une variable la valeur d'une autre variable de même type.

Langage algorithmique	Scratch	Python3
$A \leftarrow B$ $Mot \leftarrow Mot2$		$A=B$ $Mot=Mot2$

» **Exemple 4 :** Entrée (ou saisie) de variable. Quand on lit une variable, c'est l'utilisateur qui donne la valeur.

Langage algorithmique	Scratch	Python3
lire un nombre $A \leftarrow \text{nombre}$		$A=\text{int}(\text{input}(\text{"A = "}))$

C. Agir sur les variables

Définition

Pour agir sur les variables, on utilise des opérateurs qui dépendent du type de variables.

- numériques : + - * (multiplier) / (diviser) ^ (puissance)
- texte : & + (met bout à bout deux chaînes)
- logiques (booléen): « et » « ou » « non »

On utilise aussi de nombreuses fonctions prédéfinies (Voir l'annexe numérique des fonctions usuelles).

» **Exemple 1 :** la syntaxe dépend des langages ou logiciels choisis.
ENT(nombre) renvoie la partie entière du nombre : ENT(2,5) = 2
MOD(entier1,entier2) renvoie le reste dans la division entière de entier1 par entier2 :
MOD(11,2)= 1

» **Exemple 2 :**

Langage algorithmique	Scratch	Python3
A ← 2(B+5) Mot ← Mot2 & « oui »		A=2*(B+5) Mot=Mot2+"oui"

🔗 **Entraîne-toi à Affecter des valeurs à des variables** Niveau 1

Écris un programme qui calcule (x+y)² pour deux nombres donnés x et y.

Correction

Langage algorithmique	Scratch	Python3
variable x : réel variable y : réel lire x lire y x ← x+y x ← x ² écrire x		x=float(input("x=")) y=float(input("y=")) x=x+y x=x*x print("x=",x)

🔗 **Entraîne-toi à Comprendre les différents types de variables** Niveau 1

- 1) Que fait le programme suivant si on saisit la valeur « N » ?
variable x : caractère
lire x
écrire « vous avez saisi : » +x
- 2) Que fait le programme suivant si on saisit la valeur -5 ; -3,4 ; 0 .
variable x : nombre
variable test : booléen
lire x
test = (x<0)
écrire test

Correction
Il affiche « vous avez saisi : N»

Correction
Il lit le nombre x et affiche « vrai » si x<0 et « faux » sinon.
Pour -5 : vrai
Pour -3,4 : vrai
Pour 0 : faux

3) Les tests

Définition

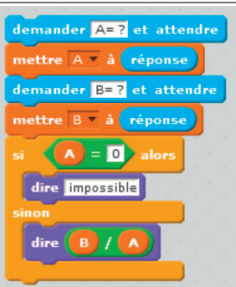
Un **test** permet de choisir une action suivant une condition.

Structures d'un test

- Si « condition est vraie » alors action1 fin de si
- Si « condition est vraie » alors action1 Sinon action2 fin de si

» **Exemple 1 :** « Si j'ai faim alors je mange ».

» **Exemple 2 :** Division de B par A.

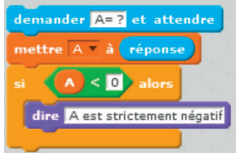
Langage algorithmique	Scratch	Python3
<pre> lire A et B Si A n'est pas nul alors diviser B par A écrire B Sinon écrire « impossible » fin de si </pre>		<pre> A=int(input("A = ")) B=int(input("B = ")) if A!=0 : B=B/A print(" B= ",B) else : print("impossible") </pre>

Remarque : Qu'est-ce qu'une condition ?

En général une condition est une comparaison, elle est vraie ou fausse. La condition peut aussi être une variable de type booléen. On peut utiliser des opérateurs : « égal à » « différent de » « plus petit que »

Avec Python, il n'y a pas de « fin de... » mais on utilise l'**indentation** (retrait du texte qui permet de distinguer la partie de programme qui sera exécutée si la condition est réalisée).

» **Exemple 3 :** Dire si un nombre A est strictement négatif.

Langage algorithmique	Scratch	Python3
<pre> lire A Si A<0 alors écrire « A est strictement négatif » fin de si </pre>		<pre> A=int(input("A = ")) if A<0 : print(" A est strictement négatif") </pre>

▶ **Entraîne-toi à Utiliser un test « si... sinon... »**

Niveau 1

Écris un programme qui demande ton âge en années et te répond si tu es mineur ou majeur.

Correction

Langage algorithmique	Scratch	Python3
<pre> lire age Si age<18 alors écrire « Tu es mineur » Sinon écrire« Tu es majeur » fin de si </pre>		<pre> Age=int(input("Age = ")) if Age<18 : print("Tu es mineur") else : print("Tu es majeur") </pre>

▶ **Entraîne-toi à Comprendre un programme utilisant un test**

Niveau 1

Dis ce que fait le programme suivant si N vaut 6 ; 5 ; -3 .

```

lire N
Si N est pair alors N ← N/2
Sinon N ← 3*N+1
fin de si
afficher N
        
```

Correction

Pour N=6 on affiche 3
 Pour N=5 on affiche 16
 Pour N=-3 on affiche -8

4) Les boucles « POUR » ou itération

Définition

Une **itération** sert à répéter une même action.

Remarque : On connaît le nombre de fois où l'action devra être répétée.

Une fois la répétition finie, le programme continue.

On doit décrire ce que l'on appelle un « **compteur de boucle** » :

- début : premier nombre
- fin : dernier nombre
- « pas » utilisé : de combien on augmente à chaque fois (ou 1 par défaut) .

» **Exemple 1 :** afficher 5 lignes de « coucou » (Avec Scratch on affiche 5 fois la ligne)

Langage algorithmique	Scratch	Python3
Répéter 5 fois : écrire « coucou » fin de répéter		<pre>for i in range(5) : print("coucou")</pre>

» **Exemple 2 :** Afficher tous les entiers de 1 à N (donné) Avec Scratch, le lutin « compte ».

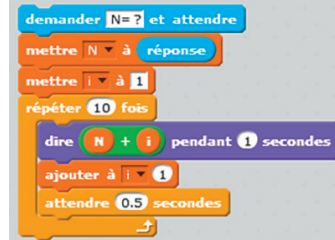
Langage algorithmique	Scratch	Python3
lire N entier Répéter pour i de 1 à N : écrire i fin de répéter		<pre>N=int(input("N= ")) for i in range(1,N+1) : print(i," ",end='')</pre>

» **Exemple 3:** L'algorithme « Pour N allant de 1 à 10 pas 3 afficher N » donnera 1 puis 4 puis 7 puis 10.

» **Entraîne-toi à Utiliser une boucle « pour »** Niveau 2

Écris un programme qui demande un nombre entier N et affiche tous les nombres de N+1 à N+10.

Correction Avec Scratch, le lutin « compte ».

Langage algorithmique	Scratch	Python3
lire N Pour i allant de 1 à 10 (pas de 1) écrire N+i fin de pour		<pre>N=int(input("N= ")) for i in range(1,11) : print(N+i," ",end='')</pre>

▶ Entraîne-toi à Comprendre un programme utilisant une boucle « pour » Niveau 2

Dis ce que fait le programme suivant si N vaut 2 ; 4 ; 1 ; 0 .

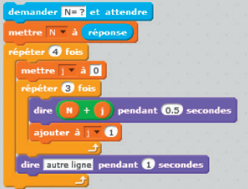
lire N entier
 $X = 10$
 Répéter de 1 à N (pas de 1)
 $X \leftarrow 2 * X$
 afficher X

Correction

Pour N=2 on affiche 40 ($2 \times 2 \times 10$)
 Pour N=4 on affiche 160 ($2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 10$)
 Pour N=1 on affiche 20
 Pour N=0 on affiche 10
 Il affiche le nombre $2^N \times 10$

N=	8
8	9 10
8	9 10
8	9 10
8	9 10

» **Exemple 4 :** Pour afficher l'écran ci-contre à partir d'un nombre N.

Langage algorithmique	Scratch	Python3
lire N entier Répéter de i=1 à 4 : Répéter de j=0 à 2 : écrire N+j, « » fin de répéter sauter une ligne fin de répéter		<pre> N=int(input("N= ")) for i in range(1,5) : for j in range(0,3) : print(N+j," ",end='') print(" ") </pre>

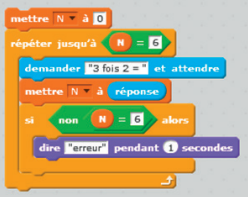
5) Les boucles « TANT QUE »

Définition

Une boucle « **Tant que** » sert à répéter une même action, jusqu'à ce qu'une condition se réalise.

Remarque : On ne sait pas à l'avance le nombre de fois que la boucle sera répétée.

» **Exemple 1 :** Demander « 3 fois 2 ». Lire la réponse N.
 Tant que N est différent de 6 dire « erreur » .

Langage algorithmique	Scratch	Python3
afficher « 3 fois 2 = » $N \leftarrow 0$ Tant que $N \neq 6$: lire N Si $N \neq 6$ Afficher « erreur » fin de si fin de tant que		<pre> N=0 while N!=6 : N=float(input("3 fois 2 = ")) if (N!=6) : print("erreur") </pre>

On peut utiliser aussi cette boucle pour programmer un «faire ... jusqu'à ...» :

» **Exemple 2:** Lire un caractère A et l'afficher, jusqu'à ce que ce soit un « F ».

Langage algorithmique	Scratch	Python3
Répéter : lire A afficher A jusqu'à ce que A soit « F »		<pre> A="" while A!="F" : A=input("A= ") print(A) </pre>

Entraîne-toi à Utiliser une boucle « tant que »

Niveau 2

Écris un programme qui demande une réponse à « oui/non » et n'accepte que « O » ou « N » comme réponse valable. Sinon, il affiche « erreur ».

Correction

Langage algorithmique	Scratch	Python3
<pre> N ← «A» Tant que (N n'est pas «O» ou «N») : afficher « oui / non » lire N Si (N n'est pas «O» ou «N») : afficher « erreur » fin de si fin du tant que </pre>		<pre> N="a" while (N!="N") & (N!="O") : N=input(" Oui / Non = ") if (N!="N") & (N!="O") : print("erreur") </pre>

Entraîne-toi à Comprendre un programme utilisant « tant que »

Niveau 2

Dis ce que fait le programme suivant si N vaut 45 ; 27 ; 8 ; 10.

```

lire N entier
X ← 10
Tant que N >= X
    N ← N-X
fin de tant que
écrire N
          
```

Correction

Pour N=45 on affiche 5
 Pour N=27 on affiche 7
 Pour N=8 on affiche 8
 Pour N=10 on affiche 0
 C'est le reste de la division euclidienne de N par 10

» **Exemple 3 :** Lire un caractère A et l'afficher, jusqu'à ce que ce soit le caractère, dans l'ordre, de « OUI »

Langage algorithmique	Scratch	Python3
<pre> Pour chaque caractère de « oui » : Répéter : lire A écrire A jusqu'à ce que A soit le bon caractère fin de pour </pre>		<pre> mot="OUI" fait="" for i in range(0,3): A=" " while A!=mot[i] : A=input(fait+"?=") fait=fait+A </pre>

6) Scripts simultanés et événements déclencheurs

Cette partie ne concerne que le logiciel Scratch.

Avec Scratch, tu peux écrire un script pour un lutin.
 Ce script est lancé par un **événement déclencheur**.
 L'événement est à choisir dans le menu « événement ».
 Pour chaque lutin et pour l'arrière-plan on peut définir un script différent.
 Ces **scripts** seront « **simultanés** » s'ils sont lancés par le même événement.

Mouvement	Evènements
Apparence	Contrôle
Sons	Capteurs
Stylo	Opérateurs
Données	Ajouter blocs

» **Exemple 1 :** Par exemple, si les scripts débutent tous par alors le clic sur le drapeau vert va lancer les différents scripts.



Un **événement** lance le bloc qui lui est lié. C'est à dire la série d'instructions (briques) qui est collée dessous. On peut utiliser aussi différents événements à l'intérieur d'un même script.

Il suffit de séparer des blocs d'actions à exécuter en fonction de l'événement.

» **Exemple 2 :** Pour déplacer le lutin au clavier on utilise les touches « flèches » gauche et droite.



Événement

Un **événement** lance le bloc qui lui est lié. C'est à dire la série d'instructions (briques) qui est collée dessous. On peut utiliser aussi différents événements à l'intérieur d'un même script. Il suffit de séparer des blocs d'actions à exécuter en fonction de l'événement. Dans ce cas, le bloc qui interrompt est exécuté, puis le bloc interrompu reprend là où il s'était arrêté.

Message

Le programme en cours d'exécution peut aussi lancer un événement, en utilisant les **messages**. Cet événement ne dépend pas d'une action extérieure (clavier, souris,...) mais de l'exécution du programme.

7 Les tableaux, les listes

Définition

Ce sont des variables particulières. Elles sont utilisées pour stocker plusieurs variables de même type.

Un **tableau** est un ensemble de valeurs portant le même nom de variable et repérées par un nombre appelé **indice**.

Pour désigner un élément du tableau, on fait figurer le nom du tableau, suivi de l'indice de l'élément, entre crochets.

Attention, dans la plupart des langages de programmation, les indices des tableaux commencent à 0, et non à 1. C'est le cas de Python3. Dans un tableau nommé T, le 1^{er} élément est alors T[0]. Pour Scratch les indices des listes commencent à 1.

» **Exemple 1 :** Lire 6 nombres et les ranger dans Tab.

Langage algorithmique	Scratch	Python3
<pre> Pour i de 0 à 5: lire un nombre Tab[i] ← valeur lue fin de pour </pre>		<pre> Tab = [] for i in range(6): Tab.append(int(input("tab["+str(i)+"]= "))) </pre>

Entraîne-toi à Comprendre l'utilisation d'une liste

Niveau 3

Dis ce que fait l'algorithme suivant :
variable x : tableau de 10 caractères
x ← [a,b,c,d,e,f,g,h,i,j]
écrire x[2] + x[8]

Correction

Il affiche « ci »

Entraîne-toi à Utiliser une liste Niveau 3

Écris un algorithme qui calcule la moyenne des notes de 24 élèves, données dans un tableau « notes ».

Correction

Langage algorithmique	Scratch	Python3
<pre>moy ← 0 Pour i de 1 à 24 : moy ← moy + notes[i] fin de pour moy ← moy/24 écrire moy</pre>		<pre>moy=0 for i in range(24): moy=moy+notes[i] print (notes) print ("moyenne = ",moy/24)</pre>

Définition

La partie « tableaux multidimensionnels » qui suit ne concerne pas le logiciel Scratch.

Les Tableaux multidimensionnels sont utilisés pour faciliter la lecture (damier, image) ou tableau de tableaux : ce sont des tableaux dont chaque élément est lui-même un tableau.

» Exemple 2 : Pour utiliser les coordonnées (x;y) d'une série de points, on peut regrouper x et y en un seul tableau T. Voici un série de 6 points :
A (5 ; 2) B (8 ; -6) C (7 ; -1) D (9 ; 3) E (0 ; -4) F (6 ; 4)

	abscisse	ordonnée		
A	5	2	T[0][0] vaut 5	T[0][1] vaut 2
B	8	-6	T[1][0] vaut 8	T[1][1] vaut -6
C	7	-1	...	...
D	9	3	...	...
E	0	-4	...	...
F	6	4	T[5][0] vaut 6	T[5][1] vaut 4

Le premier crochet correspond à la ligne et le deuxième à la colonne : T[ligne][colonne]

» Exemple 3 : pour une image de 100 x 200 pixels on peut utiliser un tableau pix (dessiné ci-dessous). pix contient tous les pixels rassemblés par ligne et colonne.
pix[3][5] correspond au 6^e pixel de la 4^e ligne de pix soit « A ».

N°	0	1	2	3	4	5	6	7	...	...	...							
0	e					c												
1				m														
2		s																
3					n	A												
4		b					P											
....																		

Entraîne-toi à Comprendre l'utilisation d'un tableau

Niveau 3

Dis ce que fait l'algorithme suivant :

```
variable x : tableau [10, 2] de caractères
x←[(a,b,c,d,e,f,g,h,i,j),(k,k,k,k,k,k,k,k,k,k)]
x[5,1]← x[5,0]
x[9,0]← x[5,1]
écrire x[9,0]
```

Correction

après $x[5,1] = x[5,0]$
on a $x = [(a,b,c,d,e,f,g,h,i,j),(k,k,k,k,k,k,k,k,k,k)]$
après $x[9,0] = x[5,1]$
on a $x = [(a,b,c,d,e,f,g,h,i,f),(k,k,k,k,k,k,k,k,k,k)]$
Il affiche « f »

Entraîne-toi à Utiliser un tableau

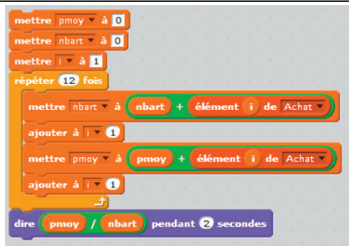
Niveau 3

Écris un algorithme qui calcule le prix moyen d'un article.

On dispose d'un tableau « Achat », contenant pour chaque achat (12 en tout) :

- le nombre d'articles achetés
- le montant total payé.

Correction (Avec Scratch, on peut utiliser deux listes)

Langage algorithmique	Scratch	Python3
<pre>pmoy ← 0 nbart ← 0 Pour i de 1 à 12 : pmoy←pmoy +Achat[i][1] nbart←nbart +Achat[i][0] fin de pour pmoy← pmoy/nbart afficher pmoy</pre>		<pre>pmoy=0 nbart=0 for i in range(0,12,1): pmoy=pmoy+Achat[1][i] nbart=nbart+Achat[0][i] print(Achat) print("moyenne = ",pmoy/nbart)</pre>

8 Les fonctions et procédures

Définition

Les **fonctions** et **procédures** sont des « morceaux de programme » que l'on peut appeler en leur indiquant des paramètres.

On réutilise souvent la même partie d'un programme. Au lieu de ré-écrire cette partie, on en fait une fonction ou une procédure.

» Exemple 1 :

Proc () est une procédure nommée « Proc » sans paramètre.

Fonc (par1,par2) est une fonction nommée « Fonc » avec deux paramètres.

int FONC (par1) est une fonction nommée « FONC » avec un paramètre et qui renvoie une valeur entière.

» Exemple 2 : Pour tracer un carré de côté 5 cm on répète 4 fois : tracer un segment de 5 cm puis tourner de 90° à droite.

Au lieu de :

```
tracer un segment de 5 cm
tourner de 90° à droite
tracer un segment de 5 cm
tourner de 90° à droite
tracer un segment de 5 cm
tourner de 90° à droite
tracer un segment de 5 cm
tourner de 90° à droite
```

Cote () :

```
tracer un segment de 5 cm
tourner de 90° à droite
```

Programme :

```
répéter 4 fois Cote()
```

Ici, on a une procédure sans paramètre.

» Exemple 3 :

Nous avons vu le programme : Demander « 3 fois 2 » ». Lire la réponse N. Tant que N est différent de 6 dire « erreur ».

Ce petit programme peut devenir une fonction « Dem (texte,valeur) » et on peut l'appeler avec des paramètres différents. Avec Scratch, la fonction ne peut pas « retourner » une valeur, on doit utiliser une variable.

Langage algorithmique	Scratch	Python3
Dem (texte, valeur) : écrire texte N ← 0 Tant que N ≠ valeur : lire N Si N ≠valeur écrire« erreur » fin de si fin de tant que Programme : Dem («3 fois 2»,6) Dem («3 fois 1»,3) Dem («2 fois 4»,8)		<pre>def Dem(texte,valeur): N=0 while N!=valeur : N=float(input(texte)) if (N!=valeur) : print("erreur") return N Dem("3 fois 2 ",6) Dem("3 fois 1 ",3) Dem("2 fois 4 ",8)</pre>

» Exemple 4 :

Nous avons vu le programme : Demande une réponse à « oui/non » et n'accepte que « O » ou « N » comme réponse valable. Sinon, affiche « erreur ».

Ce petit programme peut devenir une fonction qui renvoie la réponse à « oui/non ».

C'est très utile lors de la saisie de questionnaire.

Avec Scratch, la fonction ne peut pas « retourner » une valeur, on doit utiliser une variable.

Langage algorithmique	Scratch	Python3
Rep : N ← «A » Tant que (N n'est pas «O »ou «N ») : écrire « oui / non » lire N Si (N n'est pas «O »ou «N ») : écrire « erreur » fin de si fin de tant que renvoyer N Programme : écrire («es-tu là?») la ← Rep écrire(«as-tu faim?») faim← Rep écrire («as-tu froid?») froid← Rep		<pre>def Rep(): N="a" while (N!="N") & (N!="O") : N=(input("oui / non = ")) if (N!="N") & (N!="O") : print("erreur") return N print("es-tu là ?") la=Rep() print("as-tu faim ?") faim=Rep() print("as-tu froid ?") froid=Rep()</pre>

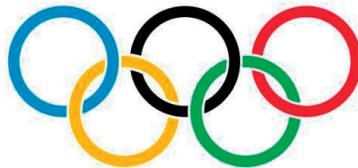
Niveau 3

Correction Avec Scratch, la fonction ne peut pas « retourner » une valeur, on doit utiliser une variable.

Langage algorithmique	Scratch	Python3
Fonc(X) : $C \leftarrow 2 * X^2 + 4 * X$ renvoyer C Programme : écrire(Fonc(1)) écrire(Fonc(-2)) écrire(Fonc(0))		<pre>def Fonc(X): C=2*X*X+4*X return C print("pour 1 :",Fonc(1)) print("pour -2 :",Fonc(-2)) print("pour 0 :",Fonc(0))</pre>

Niveau 3

Écris une fonction qui utilise les nombres X, Y et C en paramètres et affiche le cercle de centre (X;Y) et de rayon 100 pixels en couleur C. L'utiliser pour tracer les anneaux olympiques



Correction

Langage algorithmique	Scratch	Python3
Cercle(X,Y, C) : aller en position (X;Y) choisir la couleur C tracer le cercle de 100 px Programme : Cercle(-100,0,noir) Cercle(30,0,rouge) Cercle(-230,0,bleu) Cercle(-165,-80,jaune) Cercle(-35,-80,vert)		<pre>from tkinter import * def cercle(X,Y,c): canvas.create_oval(x-50, y-50, x+50, y+50, outline=c, width=5) # Ouverture de fenêtre fenetre = Tk() label = Label(fenetre, text="Anneaux Olympiques") label.pack() canvas = Canvas(fenetre, width=400, height=400, background='white') canvas.pack() # Dessin cercle(200, 130, 'black') cercle(330, 130, 'red') cercle(70, 130, 'blue') cercle(135, 180, 'yellow') cercle(265, 180, 'green') fenetre.mainloop()</pre>

Sommaire	
Test A1	369
Test A2	369
Test A3	370
Test A4	371
Test A5	371
Test A6	371
Test A7	373
Test A8	374
Test B1	375
Test B2	376
Test B3	377
Test C	378
Test D1	379
Test D2	379
Test D3	381
Test D4	382
Test D5	383

TEST A1

1 Ordre de grandeur

a. $802 + 41,6 \approx 800 + 40$.

L'ordre de grandeur de 802 + 41,6 est 840.

b. $96,4 \times 3,01 \approx 100 \times 3$.

L'ordre de grandeur de 96,4 × 3,01 est 300.

c. $1\,011 \times 5,56 \approx 1\,000 \times 5,6$.

L'ordre de grandeur de 1 011 × 5,56 est 5 600.

2 Signe de l'opération prioritaire

a. $7 + 25 \times 2 - 9$

b. $28 - (5 + 6 \times 3)$

c. $7 \times [4 + (1 + 2) \times 5]$

3 Les calculs en cours sont soulignés

a. $\frac{18-3+5}{15+5}$
= $\frac{20}{20}$
= **20**

b. $45 - 3 \times 7$
= $45 - 21$
= **24**

4 Calculs

G = $\frac{15+9}{5-2}$

G = $\frac{24}{3}$

G = **8**

H = $\frac{6 \times 4 + 2}{5 \times 2}$

H = $\frac{24+2}{10}$

H = $\frac{26}{10}$

H = **2,6**

K = $\frac{12-(9-5)}{(7-5) \times 4}$

K = $\frac{12-4}{2 \times 4}$

K = $\frac{8}{8}$

K = **1**

L = $\frac{(6-4) \times (7-2)}{8 \times 5 \div 4}$

L = $\frac{2 \times 5}{40 \div 4}$

L = $\frac{10}{10}$

L = **1**

TEST A2

1 Les signes

+ 1235 : signe **+ positif**

- 587 : signe **- négatif**

0 : n'a pas de signe

- 0,001 : signe **- négatif**

3,5 : signe **+ positif**

2 Les distances

Les distances à zéro des nombres + 5,7 ; - 5,8 ; + 64,78

et - 123,4 sont respectivement :

5,7 ; 5,8 ; 64,78 et 123,4.

3 Opposés des nombres

- 2 531 l'opposé est **2 531**

0 l'opposé est **0**

1 245 l'opposé est **- 1 245**

- 0,03 l'opposé est **0,03**

+ 0,003 l'opposé est **- 0,003**

4 Comparaison de nombres relatifs :

+ 5 < + 9 **- 6 > - 12** **+ 5,1 > - 5,3**

- 3 < + 8 **- 5 > - 9** **- 6,2 > - 6,4**

5 Ordre croissant

a. **- 7 < - 5 < 0 < + 5 < + 12**

b. **- 24 < - 4,2 < - 4 < - 2,4 < 0 < + 2,4**

c. **- 3,23 < - 2,42 < - 2,4 < + 2,3 < + 2,33**

6 Additions :

A = (- 11) + (- 9)

A = **- 20**

B = (+ 12) + (- 15)

B = **- 3**

C = (+ 1) + (+ 3) + (- 2)

C = (+ 4) + (- 2)

C = **+ 2**

D = (- 10,8) + (+ 2,5)

D = **- 8,3**

E = (+ 25,2) + (- 15,3)

E = **+ 9,9**

F = (- 21,15) + (+ 21,15)

F = **0**

7 De la soustraction à l'addition

a. (+ 5) - (- 6) = (+ 5) **+** (+ 6)

b. (- 3) - (+ 2) = (- 3) **+** (- 2)

c. (+ 4) - (+ 8) = (+ 4) **+** (- 8)

d. (- 7) - (- 3,8) = (- 7) **+** (+ 3,8)

e. (- 2,3) - (+ 7) = (- 2,3) **+** (- 7)

f. (+ 6,1) - (- 2) = (+ 6,1) **+** (+ 2)

8 Soustractions

a. (+ 3) - (- 6)
= (+ 3) **+** (+ 6)
= **+ 9**

b. (- 3) - (- 3)
= (- 3) **+** (+ 3)
= **0**

c. (+ 7) - (+ 3)
= (+ 7) **+** (- 3)
= **+ 4**

d. (- 5) - (+ 12)
= (- 5) **+** (- 12)
= **- 17**

e. (+ 2,1) - (+ 4)
= (+ 2,1) **+** (- 4)
= **- 1,9**

f. (- 7) - (+ 8,25)
= (- 7) **+** (- 8,25)
= **- 15,25**

9 Simplifie

A = (- 5) - (- 135) + (+ 3,41) + (- 2,65)

A = **- 5 + 135 + 3,41 - 2,65**

B = (+ 18) - (+ 15) + (+ 6) - (- 17) = **18 - 15 + 6 + 17**

10 Trois calculs

A = (- 25) + (+ 3) - (- 25) + (- 7) + (+ 4) - (- 1).

Rebecca

A = - 25 + 3 + 25 - 7 + 4 - 1

A = - 22 + 25 - 7 + 4 - 1

A = 3 - 7 + 4 - 1

A = **- 1**

Vincent

A = - 25 + 3 + 25 - 7 + 4 - 1

A = + 3 + 25 + 4 - 7 - 1 - 25

A = + 32 - 33

A = **- 1**

Esther

A = **- 25 + 3 + 25 - 7 + 4 - 1**

A = **- 1**

Le plus rapide est le calcul d'Esther.

11 Effectue les multiplications suivantes..

A = (- 7) × (- 8) = **+ 56**

B = (- 9) × 6 = **- 54**

C = - 5 × (- 11) = **+ 55**

D = - 8 × 0,5 = **- 4**

E = 10 × (- 0,8) = **- 8**

F = (- 7) × 0 = **0**

12 Calculs

A = - 25 × (- 9) × (- 4) = - 25 × 4 × 9 = - 100 × 9

A = **- 900**

B = 0,5 × 6 × (- 20) × 8 = - 0,5 × 20 × 6 × 8 =

B = - 10 × 48 = **- 480**

13 Signe des expressions

C = $\frac{56}{-74}$: **négatif**

D = $\frac{-6}{5}$: **négatif**

E = $-\frac{9}{13}$: **négatif**

F = $-\frac{7}{-45}$: **positif**

G = $-\frac{-8}{-9}$: **négatif**

14 Calcul mental

H = 45 ÷ (- 5) = **- 9**

I = (- 56) ÷ (- 8) = **+ 7**

J = - 59 ÷ (- 10) = **+ 5,9**

K = - 14 ÷ 4 = **- 3,5**

15 Effectue les calculs

L = (- 3 - 6) × (6 - 8)

L = (- 9) × (- 2)

L = **+ 18**

M = 12 - (- 21) × 7

M = 12 - (- 147)

M = **12 + 147**

M = **+ 159**

N = - 15 + (6 - 9) × (- 4)

N = - 15 + (- 3) × (- 4)

N = - 15 + 12

N = **- 3**

TEST A3

1 Complète par une fraction.

a. $6 \times \frac{7}{6} = 7$ c. $18 \times \frac{67}{18} = 67$
 b. $12 \times \frac{5}{12} = 5$ d. $7 \times \frac{98}{7} = 98$

2 Donne une écriture décimale de chaque quotient ou une valeur approchée au millième.

a. $\frac{14}{11} \approx 1,273$ c. $\frac{27}{10} = 2,7$ e. $\frac{9}{8} = 1,125$
 b. $\frac{5}{6} \approx 0,833$ d. $\frac{2}{9} \approx 0,222$ f. $\frac{3}{25} = 0,12$

3 Parmi les quotients suivants, quels sont ceux égaux à $\frac{5}{3}$?

a. $\frac{45}{27} = \frac{9 \times 5}{9 \times 3} = \frac{5}{3}$ c. $\frac{54}{33} = \frac{18 \times 3}{11 \times 3} = \frac{18}{11}$
 b. $\frac{0,05}{0,03} = \frac{0,05 \times 100}{0,03 \times 100} = \frac{5}{3}$ d. $\frac{90}{54} = \frac{18 \times 5}{18 \times 3} = \frac{5}{3}$
 e. $\frac{40}{25} = \frac{8 \times 5}{5 \times 5} = \frac{8}{5}$

Les nombres égaux à $\frac{5}{3}$ sont : $\frac{45}{27}$; $\frac{0,05}{0,03}$ et $\frac{90}{54}$.

4 Simplifie chaque fraction au maximum.

a. $\frac{40}{90} = \frac{4 \times 10}{9 \times 10} = \frac{4}{9}$ c. $\frac{16}{24} = \frac{8 \times 2}{8 \times 3} = \frac{2}{3}$
 b. $\frac{18}{72} = \frac{18 \times 1}{18 \times 4} = \frac{1}{4}$ d. $\frac{125}{75} = \frac{25 \times 5}{25 \times 3} = \frac{5}{3}$

5 Range dans l'ordre croissant les nombres :

$\frac{21}{18} = \frac{21 \times 2}{18 \times 2} = \frac{42}{36}$ $\frac{5}{4} = \frac{5 \times 9}{4 \times 9} = \frac{45}{36}$

On a donc : $\frac{42}{36} < \frac{43}{36} < \frac{45}{36}$ d'où $\frac{21}{18} < \frac{43}{36} < \frac{5}{4}$.

6 Range dans l'ordre décroissant les nombres :

inférieurs à 1 :	supérieurs à 1 :
$\frac{6}{13}$; $\frac{2}{13}$; $\frac{11}{13}$	$\frac{9}{7}$; $\frac{17}{7}$

On classe les fractions par ordre décroissant en commençant par celles supérieures à 1 :

$\frac{17}{7} > \frac{9}{7} > \frac{11}{13} > \frac{6}{13} > \frac{2}{13}$.

7 Calcule chacune des expressions :

B = $\frac{3}{5} + \frac{7}{20}$ C = $\frac{67}{11} - 5$
 B = $\frac{3 \times 4}{5 \times 4} + \frac{7}{20}$ C = $\frac{67}{11} - \frac{5 \times 11}{1 \times 11}$
 B = $\frac{12}{20} + \frac{7}{20}$ C = $\frac{67}{11} - \frac{55}{11}$
 B = $\frac{19}{20}$ C = $\frac{12}{11}$

8 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

G = $\frac{8}{37} \times \frac{37}{3} \times \frac{5}{8} = \frac{8 \times 37 \times 5}{37 \times 3 \times 8} = \frac{5}{3}$
 H = $\frac{3,5}{0,3} \times \frac{1,08}{7} = \frac{7 \times 0,5 \times 0,3 \times 3,6}{0,3 \times 7} = 1,8 = \frac{18}{10} = \frac{9}{5}$
 I = $\frac{22}{18} \times \frac{6}{11} = \frac{11 \times 2 \times 6}{6 \times 3 \times 11} = \frac{2}{3}$

9 Fraction lue par chacun :

R = $\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2 \times 1}{5 \times 2 \times 2} = \frac{1}{10}$
 B = $\frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2 \times 5} = \frac{1}{10}$

Raphaël et Benoit ont lu la même fraction du livre, c'est-à-dire $\frac{1}{10}$.

10 Compare les nombres suivants.

a. $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ or $\frac{5}{12} > \frac{4}{12}$ donc $\frac{5}{12} > \frac{1}{3}$
 donc $\frac{5}{12} < \frac{-1}{3}$

b. $\frac{4}{3} = \frac{16}{12}$ et $\frac{-5}{-4} = \frac{5}{4} = \frac{15}{12}$ or $\frac{16}{12} > \frac{15}{12}$
 donc $\frac{4}{3} > \frac{5}{4}$.

c. $\frac{9}{10} = \frac{54}{60}$ et $\frac{11}{12} = \frac{55}{60}$ or $\frac{54}{60} < \frac{55}{60}$
 donc $\frac{9}{10} < \frac{11}{12}$.

d. $\frac{19}{20} = \frac{152}{160}$ et $\frac{31}{32} = \frac{155}{160}$ or $\frac{152}{160} < \frac{155}{160}$
 donc $\frac{19}{20} < \frac{31}{32}$.

11 Les nombres suivants sont-ils égaux ?

a. $-\frac{6}{-5} = \frac{-7}{6}$; $-7 \times 5 = -35$ et $6 \times (-6) = -36$
 donc $\frac{-7}{6} \neq \frac{-6}{-5}$.

b. $14,5 \times (-20) = -290$ et $25 \times (-11,6) = -290$
 donc $\frac{14,5}{25} = \frac{-11,6}{-20}$.

12 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

a. $1 - \frac{-7}{3} = \frac{3}{3} - \frac{-7}{3} = \frac{3 - (-7)}{3} = \frac{10}{3}$

b. $\frac{-2}{3} + \frac{7}{8} - \frac{5}{6}$

Le dénominateur commun est le plus petit multiple commun non nul à 3 ; 8 et 6 :

multiples de 3 : 3 ; 6 ; 9 ; 12 ; 15 ; 18 ; 21 ; 24 ; 27 ; ...

multiples de 8 : 8 ; 16 ; 24 ; 32 ; ...

multiples de 6 : 6 ; 12 ; 18 ; 24 ; 30 ; ...

$\frac{-2 \times 8}{3 \times 8} + \frac{7 \times 3}{8 \times 3} - \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{-16}{24} + \frac{21}{24} - \frac{20}{24}$

C = $\frac{-16 + 21 - 20}{24} = \frac{-15}{24} = \frac{-5}{8}$

c. $\frac{-2}{10} + \frac{7}{25} = \frac{-10}{50} + \frac{14}{50} = \frac{4}{50} = \frac{2}{25}$

d. $\frac{3}{7} - \frac{7}{10} = \frac{30}{70} - \frac{49}{70} = \frac{-19}{70}$

13 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

a. $\frac{-12}{33} \times \frac{44}{-15} = \frac{4 \times 3 \times 4 \times 11}{3 \times 11 \times 3 \times 5} = \frac{16}{15}$

b. $\frac{-7}{15} \times \left(-\frac{5}{21}\right) = \frac{7 \times 5}{3 \times 5 \times 3 \times 7} = \frac{1}{9}$

c. $\frac{-51}{26} \times \frac{39}{-34} = -\frac{17 \times 3 \times 13 \times 3}{2 \times 13 \times 17 \times 2} = -\frac{9}{4}$

d. $3 \times \frac{7}{-3} = -\frac{3 \times 7}{3} = -7$

14 Donne l'inverse des nombres suivants :

Inverse de -6 : $(-6)^{-1} = -\frac{1}{6}$

Inverse de $3,5$: $3,5^{-1} = \frac{1}{3,5} = \frac{2}{7}$

Inverse de $\frac{-15}{4}$: $\left(\frac{-15}{4}\right)^{-1} = -\frac{4}{15}$

Inverse de $\frac{1}{4}$: $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = \frac{4}{1} = 4$

15 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$$B = \frac{-7}{3} \div \frac{-21}{6} = \frac{7}{3} \times \frac{6}{21} = \frac{7 \times 6}{3 \times 21} = \frac{2}{3}$$

$$C = \frac{-4}{7} = -4 \times \frac{3}{7} = \frac{-4 \times 3}{7} = -\frac{12}{7}$$

$$D = \frac{\frac{-4}{7}}{\frac{-5}{3}} = \frac{-4}{7} \times \frac{3}{-5} = \frac{4 \times 3}{7 \times 5} = \frac{20}{35}$$

TEST A4

1 Donne l'écriture décimale de

$$A = 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = \mathbf{81}$$

$$B = (-10)^5 = (-10) \times (-10) \times (-10) \times (-10) \times (-10)$$

$$B = -\mathbf{100\,000}$$

$$C = 2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{32} = \mathbf{0,03125}$$

2 Donne le signe de chaque nombre

$$C = (-15)^6$$

$$C = (-15) \times (-15) \times (-15) \times (-15) \times (-15) \times (-15) :$$

il y a six facteurs négatifs donc C est **positif**.

$$D = -15^6 = -(15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15) :$$

donc D est **négatif**.

$$E = 15^{-6} = \frac{1}{15^6} : \text{donc E est } \mathbf{\text{positif}} \text{ car il n'y a aucun facteur négatif.}$$

$$F = (15)^{-6} = \frac{1}{(15)^6} = \frac{1}{15^6} : \text{donc F est } \mathbf{\text{positif}} \text{ car il n'y a aucun facteur négatif.}$$

$$G = (-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) : \text{il y a trois facteurs négatifs donc G est } \mathbf{\text{négatif}}.$$

$$H = -5^{-4} = -(5^{-4}) = -\frac{1}{5^4} = -\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} : \text{il y a un seul facteur négatif donc H est } \mathbf{\text{négatif}}.$$

3 Calcule chaque nombre.

$$A = 5 \times 2^{-1} - 3^{-2}$$

$$A = 5 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{3^2}$$

$$A = \frac{5}{2} - \frac{1}{9}$$

$$A = \frac{45}{18} - \frac{2}{18}$$

$$A = \frac{43}{18}$$

$$C = \frac{(5 - 2 \times 3)^4}{(2 - 3)^5}$$

$$C = \frac{(5 - 6)^4}{(-1)^5}$$

$$C = \frac{(-1)^4}{-1}$$

$$C = -1$$

$$B = 3 \times (1 - 3)^5 - 2^2 \times (3 + 2)$$

$$B = 3 \times (-2)^5 - 2^2 \times 5$$

$$B = -3 \times 32 - 4 \times 5$$

$$B = -96 - 20$$

$$B = -116$$

4 Donne l'écriture décimale des nombres.

$$A = 32,48 \times 10^6 = 32,48 \times 1\,000\,000 = \mathbf{32\,480\,000}$$

$$B = 0,78 \times 10^2 = 0,78 \times 100 = \mathbf{78}$$

$$C = 401 \times 10^{-2} = 401 \times 0,01 = \mathbf{4,01}$$

$$D = 94,6 \times 10^{-4} = 94,6 \times 0,0001 = \mathbf{0,009\,46}$$

5 Par combien faut-il multiplier ?

$$\mathbf{a.} \quad 234,428 \times 10^{-5} = 0,002\,344\,28$$

$$\mathbf{b.} \quad 5\,000 \times 10^{-6} = 0,005$$

$$\mathbf{c.} \quad 0,3 \times 10^4 = 3\,000$$

$$\mathbf{d.} \quad 3,4324 \times 10^5 = \mathbf{343\,240}$$

6 Écris sous la forme d'une seule puissance de 10 les nombres.

$$C = 10^6 \times 10^{-8} = 10^{6+(-8)} = 10^{6-8} = \mathbf{10^{-2}}$$

$$D = (10^{-1})^{-3} = 10^{(-1) \times (-3)} = \mathbf{10^3}$$

$$E = \frac{10^{-2}}{10^2} = 10^{-2-2} = \mathbf{10^{-4}}$$

$$F = 10^2 \times 10^{-3} \times 10 = 10^2 \times 10^{-3} \times 10^1 = 10^{2-3+1} = \mathbf{10^0}$$

7 Donne l'écriture scientifique des nombres suivants.

$$B = 21\,600 = \mathbf{2,16 \times 10^4}$$

$$C = 0,012 = \mathbf{1,2 \times 10^{-2}}$$

$$D = 58,4 \times 10^2 = 5,84 \times 10^1 \times 10^2 = 5,84 \times 10^{1+2}$$

$$D = \mathbf{5,84 \times 10^3}$$

$$E = 0,147 \times 10^{-1} = 1,47 \times 10^{-1} \times 10^{-1}$$

$$E = 1,47 \times 10^{-1+(-1)} = \mathbf{1,47 \times 10^{-2}}$$

8 Range dans l'ordre croissant les nombres suivants. Pour comparer les nombres, on les écrit en notation scientifique :

$$E = 33,5 \times 10^{-3} = 3,35 \times 10^{-2}$$

$$F = 7,2 \times 10^3 = 7,2 \times 10^3$$

$$G = 0,02 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-4}$$

$$H = 99,1 \times 10^{-4} = 9,91 \times 10^{-3}$$

$$2 \times 10^{-4} < 9,91 \times 10^{-3} < 3,35 \times 10^{-2} < 7,2 \times 10^3$$

soit : **G < H < E < F**

9 Calcule chaque nombre et donne le résultat en notation scientifique.

$$A = 45 \times 10^{12} \times 4 \times 10^{-26}$$

$$A = 45 \times 4 \times 10^{-14}$$

$$A = 90 \times 10^{-14}$$

$$A = \mathbf{9 \times 10^{-13}}$$

$$B = \frac{36 \times 10^{15}}{3 \times 10^{-17}}$$

$$B = \frac{36}{3} \times 10^{32}$$

$$B = 12 \times 10^{32}$$

$$B = \mathbf{1,2 \times 10^{33}}$$

TEST A5

1 Divisions euclidiennes :

$$\begin{array}{r} 354 \\ - 32 \\ \hline 34 \\ - 32 \\ \hline 002 \end{array}$$

Donc

$$\mathbf{354 = 16 \times 22 + 2}$$

$$851 = 19 \times 43 + 16 + 15 = 19 \times 44 + 15.$$

$$\begin{array}{r} 6384 \\ - 588 \\ \hline 50 \\ 504 \\ - 504 \\ \hline 000 \end{array}$$

Donc

$$\mathbf{6\,384 = 84 \times 76 + 0}$$

2 Quotient et reste de la division euclidienne de 851 par 43

$851 = 19 \times 43 + 34$ et $34 < 43$ donc le quotient est 19 et le reste est 34

$34 > 19$ donc cette façon d'écrire ne convient pas, on a $851 = 19 \times 44 + 15$.

Le quotient est 44 et le reste est 15

3 Trouve toutes les possibilités pour le chiffre manquant #, sachant que 3 et 4 divisent le nombre 2 0#4.

Si 3 divise le nombre 2 0#4, cela signifie que la somme des chiffres qui le compose est divisible par 3, ou encore : $2 + 0 + \# + 4$ soit $6 + \#$ est divisible par 3.

Les valeurs possibles sont :

- 0 (car $6 + 0 = 6$),
- 3 (car $6 + 3 = 9$),
- 6 (car $6 + 6 = 12$) et
- 9 (car $6 + 9 = 15$).

Si 4 divise le nombre 2 0#4, cela signifie que le nombre formé par ses deux derniers chiffres, #4, est divisible par 4.

Les valeurs possibles sont :

- 0 (car 04 est divisible par 4),
- 2 (car 24 est divisible par 4),
- 4 (car 44 est divisible par 4),
- 6 (car 64 est divisible par 4) et
- 8 (car 84 est divisible par 4).

Tests corrigés

Puisque 3 et 4 divisent le nombre 2 0#4, il faut prendre les valeurs communes aux deux propositions précédentes, soit **0 et 6**.

Le nombre 2 0#4 peut donc être **2 004** ou **2 064**.

4 Établis la liste des diviseurs des entiers suivants : 60, 43 et 36.

$$60 = 1 \times 60 ; \quad 60 = 2 \times 30 ; \quad 60 = 3 \times 20 ;$$

$$60 = 4 \times 15 ; \quad 60 = 5 \times 12 ; \quad 60 = 6 \times 10.$$

Donc **les diviseurs de 60 sont : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 et 60.**

43 est un nombre premier.

Donc **les diviseurs de 43 sont 1 et 43.**

$$36 = 1 \times 36 ; \quad 36 = 2 \times 18 ; \quad 36 = 3 \times 12 ;$$

$$36 = 4 \times 9 ; \quad 36 = 6 \times 6.$$

Donc **les diviseurs de 36 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 et 36.**

5 Les nombres suivants sont-ils premiers ? 23 ; 79 ; 91
On essaye la division par 2 ; 3 ; 5 ; 7... (avec les critères de divisibilités)

Pour 23 : pas divisible par 2, ni 3, ni 5 et $23/5 \approx 4 (< 5)$.
On s'arrête. **23 est premier.**

Pour 79 : pas divisible par 2, ni 3, ni 5, ni 7, ni 11
et $79 \div 11 \approx 7 (< 11)$. On s'arrête. **79 est premier.**

Pour 91 : pas divisible par 2, ni 3, ni 5, mais divisible par 7. On s'arrête. **91 n'est pas premier.**

6 Décomposition en produit de facteurs premiers

276 est divisible par 2 : **138**

138 est divisible par 2 : **69**

69 est divisible par 3 : 23 qui est premier
donc **$276 = 2^2 \times 3 \times 23$**

161 est divisible par 7 : 23 qui est premier donc
 $161 = 7 \times 23$

7 Rendre des fractions irréductibles.

$$\frac{48}{60} = \frac{6 \times 8}{6 \times 10} = \frac{8}{10} = \frac{2 \times 4}{2 \times 5} = \frac{4}{5}.$$

En décomposant 246 et 161 en produit de facteurs premiers (comme au N°6) on obtient :

$$276 = 2^2 \times 3 \times 23 \text{ et } 161 = 7 \times 23$$

On peut donc simplifier par 23.

$$\text{Donc } \frac{276}{161} = \frac{12 \times 23}{7 \times 23} = \frac{12}{7}.$$

TEST A6

1 Simplifie les expressions en supprimant les signes $\times$ lorsque c'est possible.

$$A = b \times a$$

$$A = ba$$

$$B = 5 \times x \times x \times x$$

$$B = 5x^3$$

$$C = (3,7 \times y - 1,5 \times z + 0,4 \times 3,5) \times 9$$

$$C = 9(3,7y - 1,5z + 0,4 \times 3,5)$$

2 Remplace les signes $\times$ dans chacune des expressions suivantes.

$$A = 12ac + 35ab - 40bc$$

$$A = 12 \times a \times c + 35 \times a \times b - 40 \times b \times c$$

$$B = 1,2abc$$

$$B = 1,2 \times a \times b \times c$$

$$C = 5,6(x^2 - 2,5y + 32)$$

$$C = 5,6 \times (x \times x - 2,5 \times y + 32)$$

3 Réduis, si possible, les expressions suivantes :

$$a. x + x = 2x$$

$$b. x \times x = x^2$$

$$c. 2x + x = 3x$$

$$d. 3x + 2 \text{ rien}$$

$$e. 2x \times x = 2x^2$$

$$f. x^2 + x \text{ rien}$$

$$g. 0 \times x = 0$$

$$h. 1 + 2x \text{ rien}$$

$$i. 0 + x = x$$

$$j. 5x \times 6x = 30x^2$$

$$k. 4 \times x \times 5 = 20x$$

$$l. x \times x + x = x^2 + x$$

4 Supprime les parenthèses dans les expressions suivantes.

$$A = x^2 - (4xy - 5y - 4x)$$

$$A = x^2 + (-4xy) + (+5y) + (+4x)$$

$$A = x^2 - 4xy + 5y + 4x$$

$$B = (2a + 5b - 4) - (a^2 - b^2 + 1)$$

$$B = 2a + 5b - 4 + (-a^2) + (+b^2) + (-1)$$

$$B = 2a + 5b - 4 - a^2 + b^2 - 1$$

$$C = -(2x - 5) + (5 - 2x)$$

$$C = (-2x) + (+5) + (+5) + (-2x)$$

$$C = -2x + 5 + 5 - 2x$$

5 Réduis les expressions suivantes.

$$A = 3a - (6 + 7a^2) + 4a - 5 = 3a - 6 - 7a^2 + 4a - 5$$

$$A = -7a^2 + 7a - 11$$

$$B = 4x(3x - 6) - (2x - 1)(3 + 5x)$$

$$B = 4x \times 3x - 4x \times 6 - (2x \times 3 + 2x \times 5x - 1 \times 3 - 1 \times 5x)$$

$$B = 12x^2 - 24x - 6x - 10x^2 + 3 + 5x$$

$$B = 2x^2 - 25x + 3$$

6 Calcule la valeur de chacune des expressions pour $x = 2$ puis pour $x = 6$.

Pour $x = 2$:

$$A = 3x(x + 5)$$

$$A = 3 \times 2 \times (2 + 5)$$

$$A = 6 \times 7$$

$$A = 42$$

$$B = 7x - x^2$$

$$B = 7 \times 2 - 2 \times 2$$

$$B = 14 - 4$$

$$B = 10$$

$$C = x^3 + 3x^2 - x$$

$$C = 2 \times 2 \times 2 + 3 \times 2 \times 2 - 2$$

$$C = 8 + 12 - 2$$

$$C = 18$$

Pour $x = 6$:

$$A = 3x(x + 5)$$

$$A = 3 \times 6 \times (6 + 5)$$

$$A = 18 \times 11$$

$$A = 198$$

$$B = 7x - x^2$$

$$B = 7 \times 6 - 6 \times 6$$

$$B = 42 - 36$$

$$B = 6$$

$$C = x^3 + 3x^2 - x$$

$$C = 6 \times 6 \times 6 + 3 \times 6 \times 6 - 6$$

$$C = 216 + 108 - 6$$

$$C = 318$$

7 Calcule la valeur de chacune des expressions pour $a = 3$ et $b = 5$.

$$A = 4a + 5b - 56$$

$$A = 4 \times 3 + 5 \times 5 - 56$$

$$A = 12 + 25 - 56$$

$$A = -19$$

$$B = a^3 + b^2 + 7ab$$

$$B = 3 \times 3 \times 3 + 5 \times 5 + 7 \times 3 \times 5$$

$$B = 27 + 25 + 105$$

$$B = 157$$

$$C = 2(5a + 3b + 1)$$

$$C = 2(5 \times 3 + 3 \times 5 + 1)$$

$$C = 2(15 + 15 + 1)$$

$$C = 2 \times 31$$

$$C = 62$$

8 Calcule les expressions suivantes :

$$A = 6t - 8 \text{ pour } t = -3$$

$$A = 6(-3) - 8 = -18 - 8 = -26$$

$$B = -3x + 7 \text{ pour } x = -2 ;$$

$$B = -3(-2) + 7 = 6 + 7 = 13$$

$$C = -3y^2 - 8y - 5 \text{ Pour } y = -3.$$

$$C = -3(-3)^2 - 8(-3) - 5$$

$$C = -3 \times 9 + 24 - 5$$

$$C = -27 + 19 = -8$$

9 Calcul de l'expression B écrite sous trois formes différentes : L'expression qui permet d'arriver au résultat en faisant le moins d'opérations est en couleur.

Pour $x =$	La forme initiale	La forme réduite	La forme factorisée
Pour $x = 5$	$B = (x - 5)^2 + 8x - 40$ $= (5 - 5)^2 + 8 \times 5 - 40$ $= 0 + 40 - 40$ $= 0$	$B = x^2 - 2x - 15$ $= 5^2 - 2 \times 5 - 15$ $= 25 - 10 - 15$ $= 0$	$B = (x - 5)(x + 3)$ $= (5 - 5)(5 + 3)$ $= 0$
Pour $x = 0$	$B = (x - 5)^2 + 8x - 40$ $= (0 - 5)^2 + 8 \times 0 - 40$ $= 25 + 0 - 40$ $= -15$	$B = x^2 - 2x - 15$ $= 0^2 - 2 \times 0 - 15$ $= 0 - 0 - 15$ $= -15$	$B = (x - 5)(x + 3)$ $= (0 - 5)(0 + 3)$ $= (-5)(3)$ $= -15$
Pour $x = -3$	$B = (x - 5)^2 + 8x - 40$ $= (-3 - 5)^2 + 8 \times (-3) - 40$ $= (-8)^2 - 24 - 40$ $= 64 - 64$ $= 0$	$B = x^2 - 2x - 15$ $= (-3)^2 - 2 \times (-3) - 15$ $= 9 + 6 - 15$ $= 0$	$B = (x - 5)(x + 3)$ $= (-3 - 5)(-3 + 3)$ $= (-8)(0)$ $= 0$

10 Parmi les nombres entiers de 0 à 10, lesquels rendent vraie l'égalité $4(x + 3) = 6x + 2$?

x	$4(x + 3)$	$6x + 2$	x est-il solution ?
0	$4(0 + 3) = 12$	$6 \times 0 + 2 = 2$	NON
1	$4(1 + 3) = 16$	$6 \times 1 + 2 = 8$	NON
2	$4(2 + 3) = 20$	$6 \times 2 + 2 = 14$	NON
3	$4(3 + 3) = 24$	$6 \times 3 + 2 = 20$	NON
4	$4(4 + 3) = 28$	$6 \times 4 + 2 = 26$	NON
5	$4(5 + 3) = 32$	$6 \times 5 + 2 = 32$	OUI
6	$4(6 + 3) = 36$	$6 \times 6 + 2 = 38$	NON
7	$4(7 + 3) = 40$	$6 \times 7 + 2 = 44$	NON
8	$4(8 + 3) = 44$	$6 \times 8 + 2 = 50$	NON
9	$4(9 + 3) = 48$	$6 \times 9 + 2 = 56$	NON
10	$4(10 + 3) = 52$	$6 \times 10 + 2 = 62$	NON

11 Les nombres 3, -2 et 5 sont-ils solutions de l'équation $x^2 + 4 = 3x + 14$?

x	$x^2 + 4$	$3x + 14$	x est-il solution ?
3	$3^2 + 4 = 13$	$3 \times 3 + 14 = 23$	NON
-2	$(-2)^2 + 4 = 8$	$3 \times (-2) + 14 = 8$	OUI
5	$5^2 + 4 = 29$	$3 \times 5 + 14 = 29$	OUI

12 Parmi -2 ; 0 ; $\frac{1}{2}$ et 3, lesquels sont solutions de l'inéquation $3x - 2 \leq 5x - 3$?

Si $x = -2$:
calculons le premier membre :
 $3 \times (-2) - 2 = -6 - 2 = -8$
calculons le second membre :
 $5 \times (-2) - 3 = -10 - 3 = -13$
 $-8 > -13$ **donc -2 n'est pas solution de cette inéquation.**
Si $x = 0$:
calculons le premier membre : $3 \times 0 - 2 = 0 - 2 = -2$
calculons le second membre : $5 \times 0 - 3 = 0 - 3 = -3$
 $-2 > -3$ **donc 0 n'est pas solution de cette inéquation.**

Si $x = \frac{1}{2}$:

calculons le premier membre : $3 \times \frac{1}{2} - 2 = 1,5 - 2 = -0,5$

calculons le second membre : $5 \times \frac{1}{2} - 3 = 2,5 - 3 = -0,5$

$-0,5 \leq -0,5$ **donc $\frac{1}{2}$ est une solution de cette inéquation.**

Si $x = 3$:
calculons le premier membre : $3 \times 3 - 2 = 9 - 2 = 7$
calculons le second membre : $5 \times 3 - 3 = 15 - 3 = 12$
 $7 \leq 12$ **donc 3 est solution de cette inéquation.**

13 De quelles inéquations, parmi les suivantes, le nombre $-\frac{2}{3}$ est-il solution ?

$$7x + 3 > 2x - 2$$

$$\text{Membre de gauche : } 7 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 3 = \frac{-14}{3} + \frac{9}{3} = \frac{-5}{3}$$

$$\text{Membre de droite : } 2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) - 2 = \frac{-4}{3} - \frac{6}{3} = \frac{-10}{3}$$

$$\frac{-5}{3} > \frac{-10}{3} \text{ donc } -\frac{2}{3} \text{ est solution}$$

de l'inéquation $7x + 3 > 2x - 2$.

$$2x - 5 \geq x + 8$$

$$\text{Membre de gauche : } 2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) - 5 = \frac{-4}{3} - \frac{15}{3} = \frac{-19}{3}$$

$$\text{Membre de droite : } +8 = \frac{-2}{3} + \frac{24}{3} = \frac{22}{3}$$

$$\frac{-19}{3} \leq \frac{22}{3} \text{ donc } -\frac{2}{3} \text{ n'est pas une solution}$$

de l'inéquation $2x - 5 \geq x + 8$.

$$x - 9 \leq -3x + 2$$

$$\text{Membre de gauche : } -\frac{2}{3} - 9 = \frac{-2}{3} - \frac{27}{3} = \frac{-29}{3}$$

$$\text{Membre de droite : } -3 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 2 = \frac{6}{3} + 2 = 2 + 2 = 4$$

$$\frac{-29}{3} \leq 4 \text{ donc } -\frac{2}{3} \text{ est une solution}$$

de l'inéquation $x - 9 \leq -3x + 2$.

$$-2x + 3 < 9$$

$$\text{Membre de gauche : } -2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 3 = \frac{4}{3} + \frac{9}{3} = \frac{13}{3}$$

$$\frac{13}{3} < 9 \text{ donc } -\frac{2}{3} \text{ est solution de l'inéquation}$$

$$-2x + 3 < 9.$$

TEST A7

1 Factoriser

$$A = 10x - 8 = 2 \times 5x - 2 \times 4 = 2(5x - 4)$$

$$B = 6y^5 - 8y^2 = 2 \times y^2 \times 3 \times y^3 - 2 \times y^2 \times 4$$

$$B = 2y^2(3y^3 - 4)$$

$$C = 3x^2 + 4x = x \times 3x + x \times 4 = x(3x + 4)$$

2 Factoriser bis

$$D = 6x - 5x^2 = x \times 6 - x \times 5x = x(6 - 5x)$$

$$E = 7uv + 21u^2 = 7u \times v + 7u \times 3u = 7u(v + 3u)$$

$$F = 2(3x - 2) - 9x(3x - 2) = (3x - 2)(2 - 9x)$$

$$G = 5a - 25 = 5 \times a - 5 \times 5 = 5(a - 5)$$

3 Écrire sous la forme $a(x + 7)$.

$$A = 4x + 28 = 4 \times x + 4 \times 7 = 4(x + 7)$$

$$B = \frac{2}{3}x + \frac{14}{3} = \frac{2}{3} \times x + \frac{2}{3} \times 7 = \frac{2}{3}(x + 7)$$

$$C = 0,5x + 3,5 = 0,5 \times x + 0,5 \times 7 = 0,5(x + 7)$$

$$D = -5x - 35 = -5 \times x + -5 \times 7 = -5(x + 7)$$

4 Facteur commun.

$$E = 3x^2 + 5xy = x \times 3 \times x + x \times 5 \times y$$

$$F = 25ab - 10a^2 + 30a$$

$$F = 5 \times a \times 5 \times b - 5 \times a \times 2 \times a + 5 \times a \times 6$$

$$G = 4x(5 + 3x) + 7(5 + 3x)$$

$$G = 4x \times (5 + 3x) + 7 \times (5 + 3x)$$

5 Factorise M

$$M = (x + 2)(x - 4) + (x + 2)(x - 5)$$

$$M = (x + 2)[(x - 4) + (x - 5)]$$

$$M = (x + 2)(x - 4 + x - 5)$$

$$M = (x + 2)(2x - 9)$$

6 Complète :

$$A = x(3 + 2x) = x \times 3 + x \times 2x = 3x + 2x^2$$

7 Développe :

$$A = 5(x + 3) = 5 \times x + 5 \times 3 = 5x + 15$$

8 Complète :

$$B = 3a(4b - 5a) = 12ab - 15a^2$$

$$C = 5x(3y - 4) = 15xy - 20x$$

9 Développe les expressions suivantes.

$$D = 3(a - 6b + 9) = 3 \times a - 3 \times 6b + 3 \times 9$$

$$D = 3a - 18b + 27$$

$$E = -2t(5t - 4) = -2t \times 5t - (-2t) \times 4 = -10t^2 + 8t$$

10 Développe

$$A = (x + 7)(4y - 5)$$

$$A = x \times 4y - x \times 5 + 7 \times 4y - 7 \times 5$$

$$A = 4xy - 5x + 28y - 35$$

$$B = (a + b)(x - y) = ax - ay + bx - by$$

$$C = \left(\frac{x}{2} - 5\right)\left(2z - \frac{3}{2}\right)$$

$$C = \frac{x}{2} \times 2z + \frac{x}{2} \times \frac{-3}{2} - 5 \times 2z - 5 \times \frac{-3}{2}$$

$$C = xz - \frac{3x}{4} - 10z + \frac{15}{2}$$

11 Factorise avec une identité remarquable.

$$D = 16x^2 + 24x + 9 = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 3 + 3^2 = (4x + 3)^2$$

$$E = 49x^2 - 70x + 25 = (7x)^2 - 2 \times 7x \times 5 + 5^2 = (7x - 5)^2$$

$$F = x^2 - 81 = x^2 - 9^2 = (x - 9)(x + 9)$$

12 Développe et réduis.

$$A = (x + 6)^2 = x^2 + 2 \times x \times 6 + 6^2 = x^2 + 12x + 36$$

$$B = (x - y)^2 = x^2 - 2 \times x \times y + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$C = (3a + 1)^2 = (3a)^2 + 2 \times 3a \times 1 + 1^2 = 9a^2 + 6a + 1$$

$$D = (6x - 5)^2 = (6x)^2 - 2 \times 6x \times 5 + 5^2 = 36x^2 - 60x + 25$$

$$E = (z + 3)(z - 3) = z^2 - 3^2 = z^2 - 9$$

$$F = (4x + 7y)(4x - 7y) = (4x)^2 - (7y)^2 = 16x^2 - 49y^2$$

TEST de A8

1 Résous les équations suivantes.

a. $6x = 24$ donc $x = \frac{24}{6}$ et $x = 4$

b. $8 + x = 51$ donc $x = 51 - 8$ et $x = 43$

2 Résous les équations suivantes.

a. $3x + 5 = 4$ b. $7x + 8 = 14x$ c. $5x + 3 = 7 + 5x$
 $3x = 4 - 5$ $7x - 14x = -8$ $5x - 5x = 7 - 3$
 $3x = -1$ $-7x = -8$ $0x = 4$
 $x = \frac{-1}{3}$ $x = \frac{-8}{-7} = \frac{8}{7}$

La solution de l'équation $3x + 5 = 4$ est $\frac{-1}{3}$.

La solution de l'équation $7x + 8 = 14x$ est $\frac{8}{7}$.

L'équation $5x + 3 = 7 + 5x$ n'a pas de solution.

3 Simplifie les équations suivantes puis résous-les.

a. $7(2x + 3) - 23 = -x + 5(2x + 1)$
 $14x + 21 - 23 = -x + 10x + 5$
 $14x - 2 = 9x + 5$
 $14x - 9x = 5 + 2$
 $5x = 7$
 $x = \frac{7}{5}$ La solution de cette équation est $\frac{7}{5}$.

b. $\frac{x}{3} + 2 = \frac{5x}{6} - 1$ c. $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 2$
 $\frac{2x}{6} + \frac{12}{6} = \frac{5x}{6} - \frac{6}{6}$ $x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 2$
 $\frac{2x}{6} + \frac{12}{6} = \frac{5x}{6} - \frac{6}{6}$ $x^2 + 3x + 2 = x^2 + 2$
 $2x + 12 = 5x - 6$ $x^2 - x^2 + 3x = 2 - 2$
 $2x - 5x = -6 - 12$ $3x = 0$
 $-3x = -18$ $x = \frac{0}{3} = 0$
 $x = \frac{-18}{-3} = 6$ La solution de cette équation est 0.

La solution de cette équation est 6.

4 Résous les équations produit suivantes.

a. $(x - 4)(x + 9) = 0$
 Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul. On en déduit que :
 $x - 4 = 0$ ou $(x + 9) = 0$
 $x = 4$ $x = -9$

Les solutions de l'équation sont donc -9 et 4 .

b. $(4x - 1)(9x - 2) = 0$
 Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul. On en déduit que :

$4x - 1 = 0$ ou $9x - 2 = 0$
 $x = \frac{1}{4}$ $x = \frac{2}{9}$

Les solutions de l'équation sont donc $\frac{2}{9}$ et $\frac{1}{4}$.

c. $(3x + 2)^2 = 0$ soit $(3x + 2) \times (3x + 2) = 0$
 Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul. On en déduit que :

$3x + 2 = 0$ ou $3x + 2 = 0$

c'est-à-dire $x = \frac{-2}{3}$. La solution de l'équation est donc $\frac{-2}{3}$.

5 Résous les inéquations d'inconnue x suivantes.

$7x + 3 > 2x - 2$ $-5x - 9 \leq -x + 2$
 $5x > -5$ $-4x \leq 11$
 $x > -1$ $x \geq \frac{-11}{4}$
 $2x - 5 \geq 4x + 8$ $-2x + 3 < -9$
 $-2x \geq 13$ $-2x < -12$
 $x \leq \frac{-13}{2}$ $x > 6$

6 Que vaut le nombre x si...
 Le triple de la différence de x et de 7 est : $3 \times (x - 7)$.
 La moitié de la somme de x et de 1 est : $\frac{x+1}{2}$.

D'où l'équation : $3 \times (x - 7) = \frac{x+1}{2}$.

$$3x - 21 = \frac{x+1}{2}$$

$$\frac{6x - 42}{2} = \frac{x+1}{2}$$

$$6x - 42 = x + 1$$

$$6x - x = 1 + 42$$

$$5x = 43$$

$$x = \frac{43}{5}$$

Le nombre qui vérifie les conditions de l'énoncé est $\frac{43}{5}$ soit 8,6.

7 J'ai deux ans de plus que Julie et Marc a le double de mon âge.

Soit x mon âge.

Julie a 2 ans de moins que moi. Elle a : $x - 2$

Marc a le double de mon âge. Il a : $2 \times x = 2x$.

À nous trois, nous avons 110 ans :

$$x + (x - 2) + 2x = 110$$

$$x + x - 2 + 2x = 110$$

$$4x - 2 = 110$$

$$4x = 110 + 2$$

$$4x = 112$$

$$x = \frac{112}{4} = 28$$

J'ai donc 28 ans.

8 Parallélogramme et rectangle de même aire.
 Le parallélogramme a pour aire :

$$A = 7 \times (4x - 5)$$

Le rectangle a pour aire :

$$B = (3x + 1) \times (4x - 5)$$

$$\text{On veut } A = B \text{ donc } 7 \times (4x - 5) = (3x + 1) \times (4x - 5)$$

$$\text{soit } 7 \times (4x - 5) - (3x + 1) \times (4x - 5) = 0$$

$$\text{On factorise : } (4x - 5) (7 - (3x + 1)) = 0$$

$$(4x - 5) (7 - 3x - 1) = 0$$

$$(4x - 5) (6 - 3x) = 0$$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul. On en déduit que :

$$4x - 5 = 0 \quad \text{ou} \quad 6 - 3x = 0$$

$$4x = 5 \quad \text{ou} \quad -3x = -6$$

$$x = \frac{5}{4} \quad \text{ou} \quad x = 2$$

Si $x = \frac{5}{4}$ le parallélogramme et le rectangle ont une base nulle, ils ont une aire nulle.

Il faut donc que **$x = 2$ pour avoir des aires égales** (non nulles)

9 Après avoir ajouté 5 au triple d'un nombre, on obtient un nombre négatif. Que peux-tu dire du nombre choisi au départ ?

Soit x le nombre choisi.

Son triple est $3x$ et si on ajoute 5 on a : $3x + 5$

donc $3x + 5 < 0$

$$3x < -5 \text{ et donc } x < -\frac{5}{3}$$

Le nombre choisi était **strictement inférieur à $-\frac{5}{3}$**

TEST B1

1 Tableaux de proportionnalité

a.

1	4	6	17
3	12	18	51

b.

2,5	5	15	50
3	6	18	60

c.

1	2	10	3,5
4,5	9	45	15,75

2 Recette

a. $6 \div 2 = 3$ et $420 \div 3 = 140$ donc il faut **140 g** de riz pour 2 personnes.

$6 + 2 = 8$ et $420 + 140 = 560$ donc il faut **560 g** de riz pour 8 personnes.

b. $140 \div 2 + 560 = 630$ et $2 \div 2 + 8 = 9$ donc 630 g de riz pourront nourrir **9 personnes**.

$2 \ 100 \div 420 = 5$ et $6 \times 5 = 30$ donc 2,1 kg (2 100 g) pourront nourrir **30 personnes**.

3 Masse du jaune d'œuf

Première méthode :

$$\text{La masse de coquille est } 60 \times \frac{10}{100} = 6 \text{ g.}$$

$$\text{La masse de blanc est } 60 \times \frac{60}{100} = 36 \text{ g.}$$

Donc la masse de jaune est $60 - (6 + 36) = 18 \text{ g}$.

Deuxième méthode :

$$\text{Le jaune représente } \frac{100}{100} - \left(\frac{10}{100} + \frac{60}{100} \right)$$

$$= \frac{30}{100} \text{ de la masse totale.}$$

Donc la masse de jaune est $60 \times \frac{30}{100} = 18 \text{ g}$.

4 Pourcentage de coqs

Poulets	600	100
Coqs	240	t

Déterminons le coefficient de proportionnalité k :
 $k = 240 \div 600 = 0,4$.

D'où $t = 100 \times 0,4 = 40$.

Donc il y a 40 % de coqs parmi les poulets.

5 Dimensions sur le plan

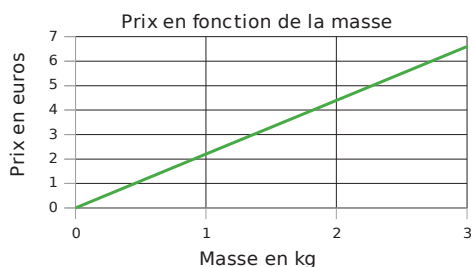
L'échelle 1/50 signifie que 50 cm dans la réalité sont représentés par 1 cm sur le plan.

	Longueur	largeur
Dimensions réelles (en cm)	50	550
Dimensions sur le plan (en cm)	1	11
		7,6

Sur le plan la chambre est représentée par un rectangle de **11 cm** de longueur sur **7,6 cm** de largeur.

6 Représente une situation de proportionnalité.

Nous sommes dans une situation de proportionnalité donc la représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère. Pour tracer cette droite, il nous suffit d'un autre point. L'énoncé nous donne ses coordonnées car « le kilogramme de clémentines est vendu 2,20 € ». La droite passera donc par le point de coordonnées (1 ; 2,2). On obtient la représentation graphique suivante (les unités ne sont pas respectées pour des raisons de mise en page).



Tests corrigés

7 Situations proportionnelles ?

En observant les deux courbes, on remarque qu'elles sont formées par des points qui ne sont pas alignés avec l'origine du repère.

a. L'alcoolémie n'est donc pas proportionnelle au temps

b. La distance d'arrêt n'est pas proportionnelle à la vitesse.

8 Cacao et pourcentage.

a. 70% de cacao signifie que pour 100 g, il y a 70 g de cacao. 85% de cacao signifie que pour 100 g, il y a 85 g de cacao. On en déduit immédiatement que dans une tablette de 200 g, il y a $85 \times 2 = 170$ g de cacao. Au total, il y a donc : **$70 + 170 = 240$ g** de cacao pour 300 g de chocolat.

b. Utilisons un tableau de proportionnalité pour déterminer le pourcentage de cacao dans ce mélange.

Masse de cacao en g	240	p
Masse totale en g	300	100

On « passe » de la deuxième colonne à la troisième en divisant par 3. Donc $p = \frac{240}{3} = 80$.

Le pourcentage de cacao dans le nouveau mélange est de 80%.

9 Prix TTC de l'ordinateur.

Méthode 1 : Ajouter 20 % au prix HT revient à le multiplier par 1,20.

$$450 \times 1,20 = 540$$

Méthode 2 : Le montant de la TVA est de $450 \times 0,20 = 90$

Le prix TTC sera donc $450 + 90 = 540$

Donc le prix TTC est de **540 €**

10 Pourcentage d'augmentation

Méthode 1 : Pour passer de 32 € à 44,5 € on multiplie par $\frac{44,5}{32} = 1,390625$

Cela représente une augmentation de 0,390625.

Méthode 2 : l'augmentation de prix est de $44,5 - 32 = 12,5$

On a augmenté de 12,5 sur 32 au départ, donc de $\frac{12,5}{32} = 0,390625$.

Soit une augmentation d'**environ 39%**

TEST B2

1 À l'école maternelle.

À l'école Jean Moulin :

Enfants	Grands	Moyens	Petits	Total
Effectif	36	54	30	120
Fréquence	0,3	0,45	0,25	1
Fréquence en pourcentage	30	45	25	100

À l'école Alphonse Daudet :

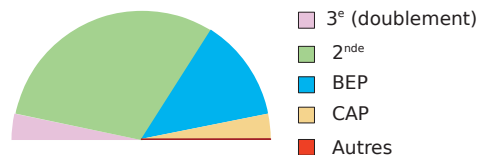
Enfants	Grands	Moyens	Petits	Total
Effectif	63	72	45	180
Fréquence	0,35	0,4	0,25	1
Fréquence en pourcentage	35	40	25	100

2 Orientation des élèves de 3^e.

Orientation vers	Effectif	Angle (en °)
3 ^e (doublement)	38 898	11,9
2 nd e	362 573	110,6
BEP	151 736	46,3
CAP	36 626	11,2

Orientation vers	Effectif	Angle (en °)
Autres	456	0,1
Total	590 289	360

Orientation des élèves de 3^e



Remarque : l'orientation « Autres » étant représentée par un secteur d'angle de 0,1°, celui-ci est représenté par un trait fin.

3 Production moyenne de blé tendre.

a. Pour calculer la production moyenne de blé tendre en France entre 2000 et 2004, il faut ajouter les productions annuelles et diviser par le nombre total d'années (ici 5) :

$$M = \frac{35,7 + 30,2 + 37,3 + 29 + 35,6}{5} = \mathbf{33,56}$$

La production moyenne de blé tendre en France entre 2000 et 2004 a donc été de 33,56 millions de tonnes.

b. Pour déterminer la production moyenne de maïs en France entre 2002 et 2004, il faut ajouter les productions annuelles des trois années concernées (2002, 2003 et 2004) et diviser par le nombre total d'année (ici 3) :

$$M = \frac{16,4 + 12 + 16,4}{3} \approx \mathbf{14,93}$$

La production moyenne de maïs en France entre 2002 et 2004 a donc été d'environ 14,93 millions de tonnes.

4 Revenu moyen.

Pour déterminer quel était, en moyenne, le revenu annuel d'un couple avec un enfant entre 2002 et 2004, on calcule :

$$M = \frac{38\,040 + 37\,359 + 37\,551}{3} = \mathbf{37\,650 \text{ euros.}}$$

Le revenu annuel moyen d'un couple avec un enfant est de 37 650 euros.

5 Membres d'un club d'échec à Caen.

a. Complétons le tableau à partir du graphique :

Âge en années	13	14	15	16	17	18
Effectif	5	6	7	5	6	3

b. Calculons l'âge moyen des membres de ce club d'échec en multipliant chaque âge par l'effectif correspondant et en divisant par le nombre total de membres (ici $5 + 6 + 7 + 5 + 6 + 3$ soit 32) :

$$M = \frac{13 \times 5 + 14 \times 6 + 15 \times 7 + 16 \times 5 + 17 \times 6 + 18 \times 3}{32}$$

$$M = \frac{490}{32} \approx \mathbf{15,3}$$

L'âge moyen des membres est donc de 15,3 ans environ.

6 Caractéristiques d'une série statistique (Tour de France 2008).

La liste contient 21 valeurs.

On range ces distances par ordre croissant : 29 ; 53 ; 143 ; 154 ; 157 ; 158 ; 163 ; 165 ; 166 ; 168 ; 174 ; 182 ; 182 ; 195 ; 195 ; 195 ; 197 ; 210 ; 216 ; 222 ; 230.

La médiane sera donc la 11^e valeur ($10 + 1 + 10$), soit ici 174 km. Cela signifie qu'il y a eu autant d'étapes du Tour de France 2008 qui comptaient plus de 174 km que d'étapes qui en comptaient moins.

L'étendue est la différence entre la plus longue étape (230 km) et la plus courte (29 km), soit : **$230 - 29 = 201$ km.**

7 Un dé coloré.

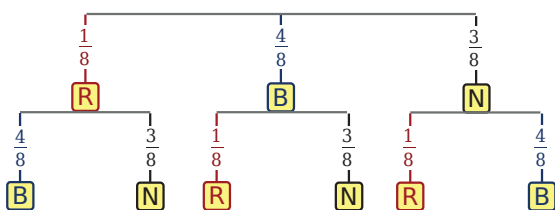
- Probabilité d'obtenir le vert : $\frac{1}{6}$
- Probabilité d'obtenir le jaune : $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
- Probabilité d'obtenir le bleu : $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

8 Lunettes et Cantine.

Probabilité qu'il porte des lunettes : $\frac{6}{25} = \frac{24}{100}$ ou 25 %

Probabilité qu'il mange à la cantine : $\frac{10}{25} = \frac{40}{100}$ ou 40 %

9 Calcul de probabilité.



On peut résumer avec un arbre de probabilités :
Au total, la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes vaut :

$$\frac{1}{8} \times \left(\frac{4}{8} + \frac{3}{8} \right) + \frac{4}{8} \times \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{8} \right) + \frac{3}{8} \times \left(\frac{1}{8} + \frac{4}{8} \right) = \frac{1}{8} \times \frac{7}{8} + \frac{4}{8} \times \frac{4}{8} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{7}{64} + \frac{16}{64} + \frac{15}{64} = \frac{38}{64} = \frac{19}{32}$$

Détails de la première branche de l'arbre

Le nombre total de boules est 8.

La probabilité de tirer la boule rouge au premier tirage est de $\frac{1}{8}$.

Si la boule rouge est tirée au premier tirage, alors il faut obtenir une boule bleue ou noire au second tirage.

La probabilité de tirer une boule bleue ou noire est de $\frac{4+3}{8} = \frac{7}{8}$.

Ainsi, la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes dont la première est rouge vaut :

$$\frac{1}{8} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{64}$$

TEST B3

1 Déterminer si une fonction est linéaire ou affine

a. $f(x) = x^2 - 2$: est écrit sous sa forme développée et réduite. Ce n'est ni une fonction affine ni une fonction linéaire à cause du « x^2 » contenu dans l'expression développée.

b. $g(x) = 8 - 9x$: $g(x)$ peut s'écrire sous la forme $ax + b$ avec $a = -9$ et $b = 8$. Il s'agit donc d'une fonction affine. Cette fonction n'est pas linéaire.

c. $h(x) = \frac{3}{5}x$: $h(x)$ peut s'écrire sous la forme ax avec $a = \frac{3}{5}$. Il s'agit donc d'une fonction linéaire. Elle est donc également affine.

d. $k(x) = (13 - 8x)^2 - 64x^2 = 169 - 208x + 64x^2 - 64x^2 = -208x + 169$. $k(x)$ peut s'écrire sous la forme $ax + b$ avec $a = -208$ et $b = 169$. Il s'agit donc d'une fonction affine. Cette fonction n'est pas linéaire.

e. $l(x) = \frac{2}{x}$: $l(x)$ ne peut pas s'écrire sous la forme $ax + b$. Il ne s'agit donc ni d'une fonction affine ni d'une fonction linéaire.

2 Calcule l'image de $-2,5$; de 20 puis de 0 par la fonction h .

L'image de $-2,5$ par h s'écrit $h(-2,5)$ et vaut :

$$h(-2,5) = 3 \times (-2,5) \times [5 \times (-2,5)^2 - 2] = -7,5 \times (5 \times 6,25 - 2) = -7,5 \times (31,25 - 2) = -7,5 \times 29,25 = -219,375$$

L'image de 20 par h s'écrit $h(20)$ et vaut :

$$h(20) = 3 \times 20 \times (5 \times 20^2 - 2) = 60 \times (5 \times 400 - 2) = 60 \times 1998 = 119\,880$$

L'image de 0 par h s'écrit $h(0)$ et vaut :

$$h(0) = 3 \times (0) \times [5 \times 0^2 - 2] = 0$$

3 Calculer l'image d'un nombre par une fonction ?

a. L'erreur consiste à penser que :

$$l(-5) = l(-2) + l(7) = 12 + 15 = 27.$$

Or, ceci serait vrai si l était une fonction linéaire. L'énoncé ne le précise pas.

On ne peut donc pas déterminer l'image de -5 par l .

b. $l(8) = 10$.

4 Détermine l'image de -4 par la fonction affine h définie par $h(x) = -8x + 3$.

$$h(-4) = -8 \times (-4) + 3 = 32 + 3 = 35$$

L'image de -4 par la fonction h est 35.

5 Détermine l'antécédent de -6 par la fonction affine h définie par $h(x) = -x + 3$.

On cherche le nombre x qui a pour image -6 par la fonction h . L'image de x est $h(x)$ donc on résout l'équation $h(x) = -6$, c'est-à-dire :

$$-x + 3 = -6, \text{ soit } -x = -6 - 3, \text{ soit } -x = -9, \text{ soit } x = 9.$$

L'antécédent de -6 par h est donc 9.

6 La fonction p est définie par le tableau suivant.

a. D'après le tableau de valeurs, on peut lire que l'image de -10 est -5 et que l'image de 2,5 est 8.

b. D'après le tableau de valeurs, on peut lire que l'antécédent de -3 est 6.

c. D'après le tableau de valeurs, on peut lire que les antécédents de 0 sont -1 et 5.

7 Le graphique ci-dessous représente une fonction f définie pour x compris entre -4 et 4.

a. Graphiquement, on lit que l'image de -3 par f vaut approximativement $-0,4$ d'où $f(-3) \approx -0,4$.

De même : $f(2) \approx -0,8$.

b. Graphiquement, on lit que les antécédents de -2 par f sont approximativement -1 et 1 ; les antécédents de $-3,2$ par f sont approximativement $-0,5$ et 0,5.

8 Le graphique ci-dessous représente une fonction g pour x compris entre -1 et 8,8.

a. Graphiquement, on lit que l'image de 2 par g vaut approximativement -1 d'où $g(2) \approx -1$.

De même : $g(-1) \approx 3,5$.

b. Graphiquement, on lit que les antécédents de 0 par g sont 0,5 ; 4,5 et 6,5 ; celui de 2 par g est $-0,5$.

9 Trace les représentations graphiques des fonctions l et m définies par $l(x) = -0,5x$ et $m(x) = -0,5x + 2$. Que constates-tu ?

l est linéaire donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.

On calcule l'image d'un nombre.

• Pour $x = 4$, $l(4) = -0,5 \times 4 = -2$.

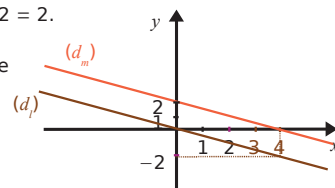
m est affine donc sa représentation graphique est une droite.

On calcule l'image de deux nombres.

• Pour $x = 4$, $m(4) = -0,5 \times 4 + 2 = 0$.

• Pour $x = 0$, $m(0) = -0,5 \times 0 + 2 = 2$.

On constate que les deux droites sont parallèles (elles ont le même coefficient directeur $-0,5$).



Tests corrigés

10 Comment tracer précisément la représentation graphique de la fonction qui, à x , associe $0,75x$?
 Pour tracer précisément la représentation graphique de cette fonction, il faut trouver un point aux coordonnées « simples » (entières par exemple).
 Puisqu'il s'agit d'une fonction linéaire, il suffit donc de prendre une seule valeur et d'en calculer l'image.
 Or $0,75 = \frac{3}{4}$.

Il faut donc choisir une valeur de x multiple de 4 et calculer son image.

Par exemple, en choisissant $x = 8$, on trouve que l'image de 8 vaut $8 \times \frac{3}{4} = 6$.

Il suffit donc de placer le point de coordonnées (8 ; 6).

TEST C

1 Détermine l'aire des parallélogrammes MNOP et ABCD ci-contre.

$$A_{\text{MNOP}} = 15 \times 8 = 120.$$

Donc l'aire du parallélogramme MNOP est **120 cm²**.

$$A_{\text{ABCD}} = 9 \times 3 = 27.$$

Donc l'aire du parallélogramme ABCD est **27 cm²**.

2 Calcule l'aire de chaque triangle ci-contre.

$$A_1 = \frac{7 \times 12}{2} = \frac{7 \times 2 \times 6}{2} = 7 \times 6 = 42$$

Donc l'aire du triangle ① est **42 cm²**.

$$40 \text{ mm} = 4 \text{ cm}.$$

$$A_2 = \frac{4 \times 6}{2} = \frac{2 \times 2 \times 6}{2} = 2 \times 6 = 12$$

Donc l'aire du triangle ② est **12 cm²**.

$$A_3 = \frac{8 \times 13}{2} = \frac{2 \times 4 \times 13}{2} = 4 \times 13 = 52$$

Donc l'aire du triangle ③ est **52 cm²**.

3 Aire par découpage.

La figure ci-contre est composée d'un demi-disque de rayon 4 cm et d'un rectangle de largeur 8 cm et de longueur 12 cm.

$$A_{\text{rectangle}} = 12 \times 8 = 96$$

$$A_{\text{demi-disque}} = \frac{\pi \times 4^2}{2} = \frac{\pi \times 16}{2} = 8\pi$$

$$A_{\text{figure}} = A_{\text{demi-disque}} + A_{\text{rectangle}} = 8\pi + 96$$

L'aire exacte de cette figure est **(8 π + 96) cm²**.

La figure ci-contre est composée d'un demi-disque de rayon 3 cm et d'un triangle de base 6 cm et dont la hauteur relative mesure 3 cm.

$$A_{\text{triangle}} = \frac{6 \times 3}{2} = 9$$

$$A_{\text{demi-disque}} = \frac{\pi \times 3^2}{2} = \frac{\pi \times 9}{2} = 4,5\pi$$

$$A_{\text{figure}} = A_{\text{demi-disque}} + A_{\text{triangle}} = 4,5\pi + 9$$

L'aire exacte de cette figure est **(4,5 π + 9) cm²**.

4 Volume d'un prisme droit.

Pour calculer le volume d'un prisme droit, on multiplie l'aire d'une base par sa hauteur.

$$V = A_{\text{base}} \times h = 5 \times 3 \times 8 = 120$$

Le volume de ce prisme droit vaut **120 cm³**.

5 Volume d'un cylindre de révolution.

Pour calculer le volume d'un cylindre de révolution, on multiplie l'aire d'une base par sa hauteur.

$$V = A_{\text{base}} \times h = \pi \times 5^2 \times 4,5 = 112,5\pi \text{ cm}^3$$

Le volume de ce cylindre de révolution vaut **112,5 π cm³**. Son arrondi à l'unité est **353 cm³**.

6 Calcule du volume d'une pyramide.

$$\text{Aire de la base} : \frac{L \times l}{2} = \frac{4,5 \times 6}{2} = 13,5 \text{ m}^2.$$

$$\text{Volume} : \frac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \frac{13,5 \times 10}{3}$$

donc le volume de la pyramide est **45 m³**.

7 Calcule du volume d'un cône de révolution.

$$\text{rayon} = \text{diamètre} : 2 = 8 \text{ cm} : 2 = 4 \text{ cm}.$$

$$\text{Volume} : \frac{\pi \times r^2 \times h}{3} = \frac{\pi \times 4^2 \times 12}{3} = 64\pi \text{ cm}^3.$$

Donc le volume du cône est **64 π cm³**.

8 Aire exacte d'une sphère.

$$A = 4 \times \pi \times R^2 = 4 \times \pi \times 6,2^2$$

$$A = 153,76\pi \text{ cm}^2 \text{ valeur exacte}$$

$$A \approx 483 \text{ cm}^2 \text{ valeur arrondie au cm}^2.$$

9 Volume exact d'une boule.

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 9^3$$

$$V = 972\pi \text{ cm}^3 \text{ valeur exacte}$$

$$V \approx 3\,053,628 \text{ cm}^3, \text{ soit } 3\,054 \,628 \text{ mm}^3 \text{ valeur arrondie au mm}^3.$$

10 Section d'un pavé droit par un plan parallèle à une arête.

a. La face ABFE est un rectangle de dimensions AB = 5 cm et EA = 8 cm.

La section AFGD est un rectangle de dimensions AD = 6 cm et AF qui est la longueur de la diagonale du rectangle ABFE. (Il suffit donc d'utiliser le compas pour reporter la longueur obtenue dans la première figure.)

b. La section AFGD est parallèle à l'arête [EH] donc AFGD est un rectangle de dimensions AD = 6 cm et AF.

La face ABFE du pavé droit est un rectangle donc le triangle AFE est rectangle en E.

D'après le théorème de Pythagore :

$$AF^2 = AE^2 + EF^2 \text{ soit}$$

$$AF^2 = 8^2 + 5^2 = 81 + 25 = 106. \text{ D'où } AF = \sqrt{106}.$$

Les dimensions du rectangle AFGD sont 6 cm et $\sqrt{106}$ cm.

L'aire du rectangle AFGD est :

$$AF \times AG = \sqrt{106} \times 6 \approx 61,8 \text{ cm}^2 \text{ (arrondi au dixième).}$$

11 Section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à son axe.

La largeur de la section est 8 cm, donc DC = 8 cm.

Dans le triangle ACD isocèle en A, la hauteur issue de A et la médiane issue de A sont confondues.

Donc (AB) est une médiane,

d'où B est le milieu de [DC].

On en déduit que BC = 4 cm.

La distance entre l'axe

et la section est 3 cm,

donc AB = 3 cm.

Dans le triangle ABC rectangle

en B, d'après le

théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \text{ soit}$$

$$AC^2 = 3^2 + 4^2.$$

$$AC^2 = 9 + 16 = 25 \text{ soit } AC = \sqrt{25} = 5.$$

Le rayon de la base de ce cylindre est 5 cm.

12 Section d'une sphère par un plan

La section d'une sphère par un plan est un cercle.

On appelle C le centre de la sphère, A le centre de la section et B un point de la section.

Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

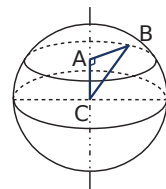
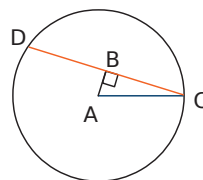
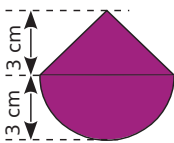
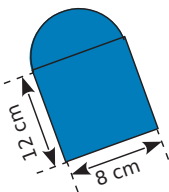
$$7^2 = AB^2 + 5^2$$

$$AB^2 = 49 - 25$$

$$AB^2 = 24$$

$$AB = \sqrt{24} \approx 4,9 \text{ cm}.$$

On trace un cercle de rayon 4,9 cm.



13 Volume réduit.

Le coefficient de réduction est $\frac{3}{4}$.

Le volume est donc multiplié par $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$.

$$12,8 \times \frac{27}{64} = 5,4.$$

Le volume de jus de fruit est donc de 5,4 cL.

14 Mihail et ses deux pyramides

Le coefficient de réduction est $\frac{1}{2}$.

Les aires sont donc multipliées par $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$.

La surface de papier n'est donc pas deux fois plus petite mais quatre fois plus petite.

Les volumes sont donc multipliés par $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

Le volume de l'objet obtenu n'est donc pas deux fois plus petit mais huit fois plus petit.

15 La vitesse de propagation du son.

340 m/s = 0,340 km/s car 340 m = 0,340 km

1 h = 3 600 s donc :

$$0,340 \times 3\,600 = 1\,224$$

La vitesse de propagation du son dans l'air est donc de 1 224 km/h.

16 Masse volumique de l'air

La masse volumique de l'air vaut $1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, ce qui signifie que 1 m^3 d'air a une masse de 1,2 kg.

$$\text{Ainsi, } 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = \frac{1,2 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3}.$$

$$1,2 \text{ kg} = 1\,200 \text{ g et } 1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3 \text{ donc :}$$

$$1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = \frac{1\,200 \text{ g}}{1\,000\,000 \text{ cm}^3} = 0,001\,2 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

La masse volumique de l'air au niveau de la mer vaut donc $0,001\,2 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$.

17 Vitesse de rotation

20 000 tours/min signifie qu'en une minute, la partie rotative du moteur effectue 20 000 tours.

1 min = 60 s donc :

$$20\,000 \text{ tours/min} = \frac{20\,000 \text{ tours}}{1 \text{ min}} = \frac{20\,000 \text{ tours}}{60 \text{ s}}$$

$$\approx 333 \text{ tours/s}$$

TEST D1**1** Vocabulaire

- Les droites (AB) et (AD) semblent **sécantes non perpendiculaires**.
- Les droites (AB) et (BC) semblent **perpendiculaires**.
- Les droites (GE) et (FA) semblent **parallèles**.
- Les droites (AB) et (CF) semblent **parallèles**.
- Les droites (BC) et (GE) semblent **sécantes non perpendiculaires**.

2 Inégalités

Dans le triangle MLA :

$$ML < MA + AL, LA < LM + MA \text{ et } AM < AL + LM.$$

3 Constructible ?

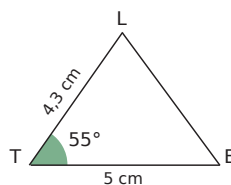
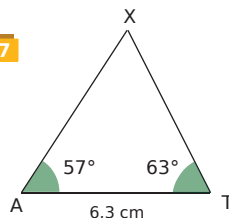
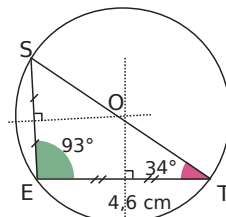
$$3,4 + 3,7 = 7,1 \text{ et } 7 < 7,1.$$

Donc le triangle THE est constructible.

4 Constructible ?

$$3 + 4 = 7 \text{ et } 9 > 7.$$

Donc le triangle SEL n'est pas constructible.

5 Échelle 1/2**7****6** Échelle 1/2**8** Constructible ?

$\widehat{DOG} + \widehat{OGD} + \widehat{GDO} = 72^\circ + 37^\circ + 73^\circ = 182^\circ$
Or la somme des mesures des angles d'un triangle vaut 180° donc le triangle DOG n'est pas constructible.

9 Mesure

La somme des mesures des angles d'un triangle vaut 180° .

$$\widehat{RAT} + \widehat{ATR} = 34^\circ + 23^\circ = 57^\circ.$$

$$\text{Donc } \widehat{TRA} = 180^\circ - 57^\circ = 123^\circ.$$

10 Mesures dans un triangle isocèle

Le triangle EBC est isocèle en B donc $\widehat{BEC} = \widehat{BCE}$.

$$\text{Alors } \widehat{BEC} = \widehat{BCE} = (180^\circ - 107^\circ) \div 2 = 36,5^\circ.$$

11 Mesures dans un triangle équilatéral

Un triangle équilatéral ABC a trois angles de même mesure donc

$$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 180^\circ \div 3 = 60^\circ.$$

12 Alternes-internes ?

Oui, les angles $\widehat{yOx'}$ et $\widehat{x'Ez'}$ sont des angles alternes-internes déterminés par les droites (yy') et (zz') et la sécante (xx') .

13 Paires d'angles

Les paires d'angles **alternes-internes** sont :

$\widehat{HOE}$ et $\widehat{TEO}$ ainsi que $\widehat{TOE}$ et $\widehat{LEO}$ déterminés par les droites (TH) et (TL) et la sécante (xx') .

14 Droites parallèles ?

Cas n°1 : Les angles $\widehat{CUB}$ et $\widehat{CST}$ déterminés par les droites (AB) et (OT) et la sécante (CE) sont correspondants. Les angles $\widehat{CUB}$ et $\widehat{CST}$ ont la même mesure. **Donc les droites (AB) et (OT) sont parallèles.**

Cas n°2 : Les angles $\widehat{BUE}$ et $\widehat{CSO}$ déterminés par les droites (AB) et (OT) et la sécante (CE) sont alternes-internes. Si les droites (AB) et (OT) étaient parallèles alors les angles $\widehat{BUE}$ et $\widehat{CSO}$ seraient de la même mesure, ce qui n'est pas le cas.

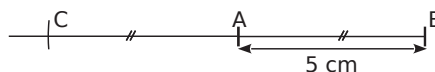
Donc les droites (AB) et (OT) ne sont pas parallèles.

15 Calcul de mesure

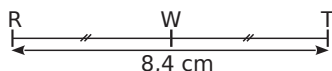
Les angles alternes-internes $\widehat{xRz'}$ et $\widehat{x'Rz'}$ sont adjacents et supplémentaires donc

$$\widehat{x'Rz'} = 180^\circ - 113^\circ = 67^\circ.$$

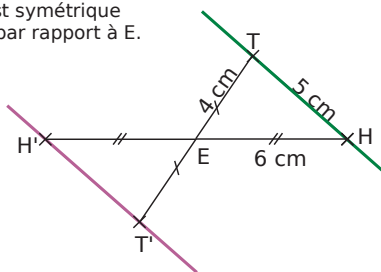
Les angles $\widehat{uEx}$ et $\widehat{x'Rz'}$ sont déterminés par les droites (zz') et (uu') qui sont parallèles. Ils sont donc de la même mesure. L'angle $\widehat{uEx}$ mesure donc 67° .

TEST D2**1** Symétrique par rapport à A (Échelle 1/2)

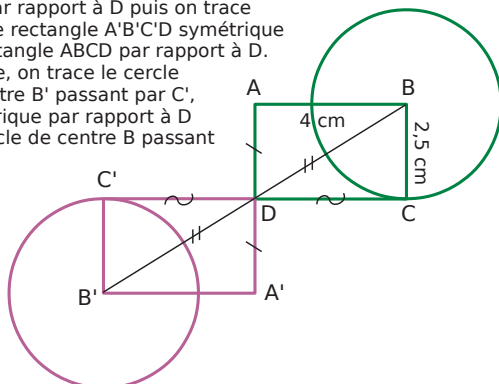
- 2** Symétrique par rapport à W (Échelle 1/2)
W est le milieu du segment [RT].



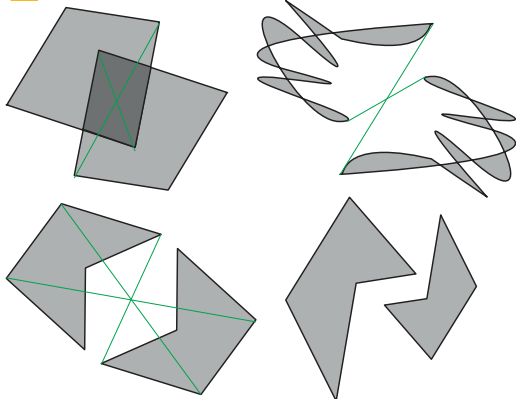
- 3** Construis un triangle THE (Échelle 1/3)
La droite (T'H') est symétrique de la droite (TH) par rapport à E.



- 4** Trace un rectangle ABCD (Échelle 1/2)
On construit A', B' et C' symétriques respectifs de A, B et C par rapport à D puis on trace alors le rectangle A'B'C'D symétrique du rectangle ABCD par rapport à D. Ensuite, on trace le cercle de centre B' passant par C', symétrique par rapport à D du cercle de centre B passant par C.



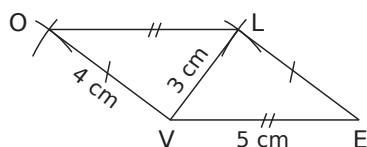
- 5** Centre de symétrie



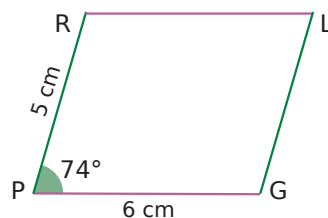
Pas de symétrie

Le centre de symétrie est le point d'intersection des segments verts.

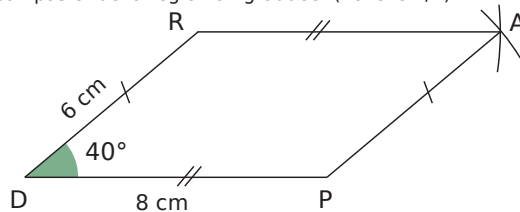
- 6** Construis le parallélogramme VOLE (construction au compas et à la règle (Échelle 1/2))
Les côtés opposés sont de même longueur : utilisation du compas et de la règle non graduée.
Tout d'abord, on trace un triangle VEL, puis à l'aide du compas, on place le point O.



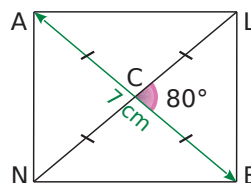
- 7** Construis le parallélogramme PRLG (en utilisant le parallélisme).
Les côtés de même couleur sont parallèles : utilisation de la règle et de l'équerre.
(Échelle 1/2)



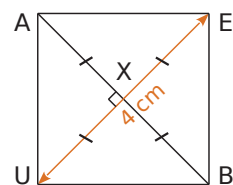
- 8** Construis le parallélogramme DRAP (en utilisant les longueurs).
Les côtés opposés sont de même longueur : utilisation du compas et de la règle non graduée. (Échelle 1/2)



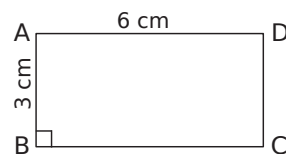
- 9** Construis un rectangle BLAN de centre C (Échelle 1/2).
Les diagonales d'un rectangle sont de même longueur et se coupent en leur milieu donc $CL = CB = CA = CN = 7 \div 2 = 3,5$ cm.
On trace le triangle isocèle BCL puis le rectangle BLAN.



- 10** Un carré BEAU de centre X.
BEAU est un carré, donc ses diagonales sont de même longueur, se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires, d'où : $XA = XB$ et $\widehat{AXU} = 90^\circ$.
AUX est un triangle ayant deux côtés de même longueur et un angle droit, c'est donc un triangle rectangle isocèle en X.

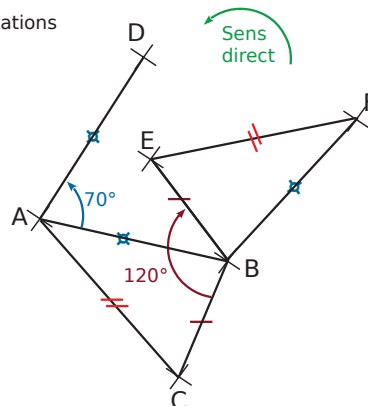


- 11** Parallélogramme ABCD
ABCD est un parallélogramme ayant un angle droit donc **ABCD est un rectangle.**

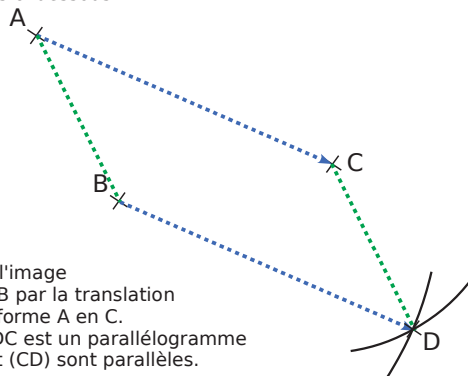


(Échelle 1/2)

- 12** Rotations



- 13** Translation
a. figures ci-dessous.



- b. D est l'image du point B par la translation qui transforme A en C. donc ABDC est un parallélogramme et (AB) et (CD) sont parallèles.

- 14** Triangles égaux.
a. Démontrer que BMA et CNA sont deux triangles égaux.
ABC est isocèle en A donc $AB=AC$
M est le milieu de [AC] donc $AM=AC \div 2$
N est le milieu de [AB] donc $AN=AB \div 2$
Donc $AM=AN$
De plus, A, M, C d'une part et A, N, B d'autre part sont alignés, donc $\widehat{NAC}$ et $\widehat{MAB}$ désigne le même angle.
Les triangles BMA et CNA ont un angle et ses deux côtés de même mesure, ils sont donc égaux.
b. Démontrer que $BM=CN$.
Ces deux triangles sont égaux, ils ont donc leurs trois côtés deux à deux de même mesure donc $BM=CN$

TEST D3

- 1** Racines carrées
 $\sqrt{0} = 0$
 $\sqrt{81} = 9$
 $\sqrt{7,3^2} = 7,3$
 $\sqrt{16} = 4$
 $\sqrt{\pi} \times \sqrt{\pi} = \pi$
- 2** écriture décimale
 $F = \sqrt{3} \approx 1,732$
 $G = \frac{\sqrt{529}}{23} = \frac{23}{23} = 1$
 $H = 5\sqrt{0,81} = 4,5$
- 3** Douze premiers carrés parfaits
 $0^2 = 0$; $1^2 = 1$; $2^2 = 4$; $3^2 = 9$; $4^2 = 16$; $5^2 = 25$; $6^2 = 36$;
 $7^2 = 49$; $8^2 = 64$; $9^2 = 81$; $10^2 = 100$; $11^2 = 121$.
- 4** Longueur d'un côté d'un triangle rectangle
Le triangle TER est rectangle en T, son hypoténuse est le côté [ER].
Donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :
 $ER^2 = ET^2 + TR^2 = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$
 $ER = \sqrt{52}$ m (valeur exacte)
 $ER \approx 7,21$ m (valeur arrondie à 1 cm près)
- 5** Longueur d'un côté d'un triangle rectangle (bis)
Le triangle ARC est rectangle en A, son hypoténuse est le côté [RC].
Donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :
 $RC^2 = RA^2 + AC^2$
 $13^2 = 5^2 + AC^2$
 $169 = 25 + AC^2$
 $AC^2 = 169 - 25 = 144$
 $AC = \sqrt{144} = 12$ m
La valeur obtenue est une valeur exacte car $12^2 = 144$.
- 6** Un triangle non rectangle
Dans le triangle DEF, le côté le plus long est [DF].
 $DF^2 = 15^2 = 225$
 $DE^2 + EF^2 = 11^2 + 13^2 = 121 + 169 = 290$
On constate que $DF^2 \neq DE^2 + EF^2$
Or si le triangle était rectangle, d'après le théorème de Pythagore, il y aurait égalité.
Comme ce n'est pas le cas, **le triangle DEF n'est pas rectangle.**

- 7** Démontrer qu'un triangle est rectangle.
Dans le triangle XYZ, le côté le plus long est [YZ].
 $YZ^2 = 40^2 = 1600$
 $YX^2 + XZ^2 = 32^2 + 24^2 = 1024 + 576 = 1600$
On constate que $YZ^2 = YX^2 + XZ^2$.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle XYZ est rectangle en X.**

- 8** Triangle rectangle
On écrit les données dans la même unité :
 $UV = 20$ dm = 200 cm ; $UW = 2,1$ m = 210 cm
et $VW = 290$ cm.
Dans le triangle UVW, le côté le plus long est [VW].
 $VW^2 = 290^2 = 84\,100$
 $VU^2 + UW^2 = 200^2 + 210^2 = 40\,000 + 44\,100 = 84\,100$
On constate que $VW^2 = VU^2 + UW^2$.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle UVW est rectangle en U.**

- 9** Angles et longueurs
Le triangle ENT est rectangle en E donc :
 $\cos \widehat{TNE} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{TNE}}{\text{hypoténuse}} = \frac{NE}{NT}$;
 $\sin \widehat{TNE} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{TNE}}{\text{hypoténuse}} = \frac{ET}{NT}$;
 $\tan \widehat{TNE} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{TNE}}{\text{côté adjacent à } \widehat{TNE}} = \frac{ET}{NE}$.

- 10** Angles et longueurs (bis)
Le triangle NOE est rectangle en O donc :
 $\frac{NO}{NE} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{ONE}}{\text{hypoténuse}} = \cos \widehat{ONE}$
ou encore $\frac{NO}{NE} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{NEO}}{\text{hypoténuse}} = \sin \widehat{NEO}$
 $\frac{OE}{ON} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{EON}}{\text{hypoténuse}} = \tan \widehat{EON}$
 $\frac{EO}{EN} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{NEO}}{\text{hypoténuse}} = \cos \widehat{NEO}$
ou encore $\frac{EO}{EN} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{ONE}}{\text{hypoténuse}} = \sin \widehat{ONE}$
 $\frac{ON}{OE} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{NEO}}{\text{côté adjacent à } \widehat{NEO}} = \tan \widehat{NEO}$

- 11** Calculer des longueurs
Dans le triangle NIV rectangle en N :
• [VN] est le côté opposé à l'angle $\widehat{VIN}$;
• [NI] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{VIN}$.
On utilise donc la tangente de l'angle $\widehat{VIN}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :
 $\tan \widehat{VIN} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{VIN}}{\text{côté adjacent à } \widehat{VIN}} = \frac{VN}{NI}$ soit $NI = \frac{VN}{\tan \widehat{VIN}}$
 $NI = \frac{4}{\tan 12^\circ} \approx 18,82$ m (valeur arrondie au centimètre).

- 12** Calculer des longueurs (bis)
Dans le triangle AUE rectangle en U :
• [AE] est l'hypoténuse ;
• [UE] est le côté opposé à l'angle $\widehat{EAU}$.
On utilise donc le sinus de l'angle $\widehat{EAU}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :
 $\sin \widehat{EAU} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{EAU}}{\text{hypoténuse}} = \frac{EU}{EA}$
 $EU = EA \times \sin \widehat{EAU} = 10 \times \sin 19^\circ$
 $EU \approx 3,3$ cm (valeur arrondie au millimètre).

Tests corrigés

13 Calculer des longueurs (ter)

Dans le triangle VLR rectangle en V :

- [LR] est l'hypoténuse ;
- [VR] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{VRL}$.

On utilise donc le cosinus de l'angle $\widehat{VRL}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :

$$\cos \widehat{VRL} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{VRL}}{\text{hypoténuse}} = \frac{RV}{RL}$$

$$RV = RL \times \cos \widehat{VRL} = 8,7 \times \cos 72^\circ$$

$$RV \approx 2,7 \text{ cm (valeur arrondie au millimètre).}$$

14 Calculer la mesure d'un angle

Dans le triangle EXO rectangle en X :

- [OE] est l'hypoténuse ;
- [EX] est le côté opposé à l'angle $\widehat{EOX}$.

On utilise donc le sinus de l'angle $\widehat{EOX}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :

$$\sin \widehat{EOX} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{EOX}}{\text{hypoténuse}} = \frac{EX}{EO} = \frac{3}{7}$$

et donc $\widehat{EOX} = \sin^{-1}(3/7) \approx 25^\circ$ (arrondi au degré).

Dans un triangle rectangle, les deux angles aigus sont complémentaires, donc :

$$\widehat{XEO} = 90^\circ - \widehat{EOX} \approx 90^\circ - 25^\circ \approx 65^\circ \text{ (arrondi au degré).}$$

15 Calculer la mesure d'un angle (bis)

Dans le triangle JUS rectangle en U :

- a. [US] est le côté opposé à l'angle $\widehat{UJS}$;
- b. [JU] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{UJS}$.

On utilise donc la tangente de l'angle $\widehat{UJS}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :

$$\tan \widehat{UJS} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{UJS}}{\text{côté adjacent à } \widehat{UJS}} = \frac{US}{JU} = \frac{4,8}{6,4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{et donc } \widehat{UJS} = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) \approx 37^\circ \text{ (arrondi au degré).}$$

TEST D4

1 Calcul de longueurs

On sait que dans le triangle DST :

E est un point de [DS], F un point de [DT] et les droites (EF) et (ST) sont parallèles.

D'après la propriété de proportionnalité des longueurs :

$$\frac{DE}{DS} = \frac{DF}{DT} = \frac{EF}{ST} \text{ soit, en remplaçant par les longueurs}$$

$$\text{connues : } \frac{DE}{6,3} = \frac{1,8}{8,7} = \frac{2,9}{8,7}$$

$$\text{En utilisant l'égalité } \frac{1,8}{DT} = \frac{2,9}{8,7}, \text{ on obtient}$$

$$DT = \frac{1,8 \times 8,7}{2,9} \text{ soit } DT = 5,4 \text{ cm.}$$

$$\text{De même, l'égalité } \frac{DE}{6,3} = \frac{2,9}{8,7} \text{ aboutit à}$$

$$DE = 6,3 \times \frac{2,9}{8,7} \text{ soit } DE = 2,1 \text{ cm.}$$

2 Calculer une longueur

Les droites (SM) et (HT) sont sécantes en A.

Les droites (MT) et (SH) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AM}{AS} = \frac{AT}{AH} = \frac{MT}{SH} \text{ soit } \frac{3}{10} = \frac{x}{17,5}$$

$$\text{soit } 10 \times x = 3 \times 17,5 \quad x = \frac{3 \times 17,5}{10} = 5,25$$

Les droites (RK) et (OS) sont sécantes en C.

Les droites (RO) et (SK) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{CR}{CK} = \frac{CO}{CS} = \frac{RO}{SK} \text{ soit } \frac{3}{7} = \frac{y}{10,5}$$

$$\text{soit } 7 \times y = 3 \times 10,5 \quad y = \frac{3 \times 10,5}{7} = 4,5$$

On ne peut pas calculer z car on ne sait pas si les droites (OH) et (IK) sont parallèles.

3 Calculer une longueur (bis)

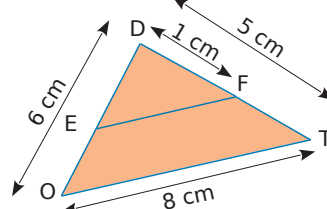
Les droites (OE) et (TF) sont sécantes en D.

Les droites (OT) et (EF) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{DE}{DO} = \frac{DF}{DT} = \frac{EF}{OT}$$

$$\text{soit } \frac{DE}{6} = \frac{1}{5} = \frac{EF}{8}$$



$$5 \times DE = 1 \times 6$$

$$DE = \frac{1 \times 6}{5} = 1,2 \text{ cm}$$

$$5 \times EF = 1 \times 8$$

$$EF = \frac{1 \times 8}{5} = 1,6 \text{ cm}$$

4 Montrer que deux droites sont parallèles

a. Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A.

$$\text{D'une part, } \frac{AB}{AM} = \frac{3}{3+5} = \frac{3}{8} = 0,375.$$

$$\text{D'autre part, } \frac{AC}{AN} = \frac{6,75}{6,75+11,25} = \frac{6,75}{18} = 0,375.$$

On constate que $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$. De plus les points A, B, M d'une

part et les points A, C, N d'autre part sont alignés et dans le même ordre. Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

b. Les droites (LM) et (NT) sont sécantes en J.

$$\text{D'une part, } \frac{JL}{JM} = \frac{3,15}{7} = 0,45.$$

$$\text{D'autre part, } \frac{JN}{JT} = \frac{9}{20} = 0,45.$$

On constate que $\frac{JL}{JM} = \frac{JN}{JT}$. De plus, les points L, J, M d'une

part et les points N, J, T d'autre part sont alignés et dans le même ordre. Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (LN) et (TM) sont parallèles.

5 Dimensions d'un triangle.

Le triangle BEC étant une réduction de rapport 0,75 du triangle TOP, il suffit de multiplier la dimension des côtés de TOP par 0,75 pour obtenir celles de BEC. On obtient donc que BEC a pour dimensions :

$$3,6 \times 0,75 = 2,7 \text{ cm ;}$$

$$5,2 \times 0,75 = 3,9 \text{ cm ;}$$

$$7,2 \times 0,75 = 5,4 \text{ cm.}$$

6 Dimensions d'un agrandissement.

Dans un agrandissement de rapport 2,5, il suffit de multiplier les longueurs par 2,5. L'agrandissement de PA aura pour mesure $3 \times 2,5 = 7,5 \text{ cm}$.

7 Nature d'une réduction.

Une réduction conserve la mesure des angles.

ROSE est une réduction du rectangle BLEU. Donc ROSE aura quatre angles droits.

ROSE sera donc aussi un rectangle.

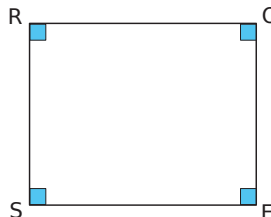
Dans un agrandissement de rapport $\frac{3}{5}$,

il suffit de multiplier les longueurs par $\frac{3}{5}$.

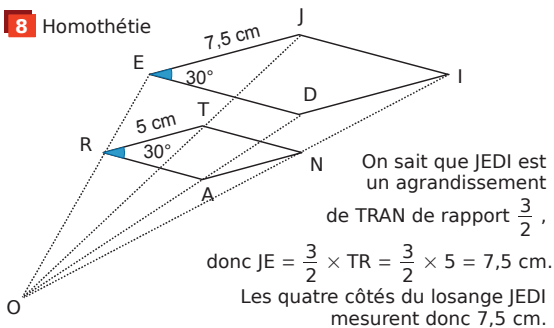
Donc les dimensions du rectangle ROSE sont :

$$RO = 5 \times \frac{3}{5} = 3 \text{ cm}$$

$$OS = 4 \times \frac{3}{5} = 2,4 \text{ cm}$$



8 Homothétie



9 Triangles semblables

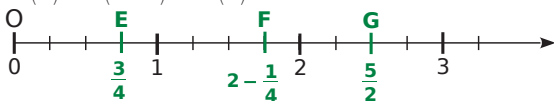
Dans ABC : $\widehat{ABC} = 70^\circ$ et $\widehat{BAC} = 90^\circ$ donc $\widehat{ACB} = 90 - 70 = 20^\circ$.
Dans DEF : $\widehat{EDF} = 20^\circ$ et $\widehat{DEF} = 90^\circ$ donc $\widehat{EFD} = 90 - 20 = 70^\circ$.
Les triangles ABC et DEF ont leurs angles deux à deux égaux, ils sont donc semblables.

On a : $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{ED} = \frac{BC}{FD}$

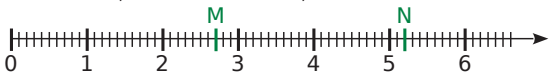
TEST D5

1 Sur une même demi-droite graduée, place les points

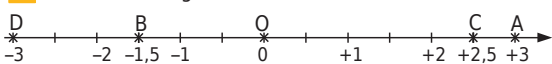
C $\left(\frac{3}{4}\right)$; D $\left(2 - \frac{1}{4}\right)$ et E $\left(\frac{5}{2}\right)$.



2 Sur une demi-droite graduée, place les points M d'abscisse 2,7 et N d'abscisse 5,2.



3 Sur une droite graduée tracée à l'échelle 3/5

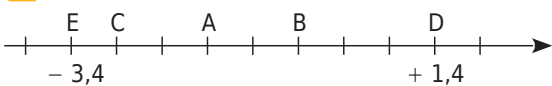


Les **abscisses** des points A et D sont **opposées** donc les **points** A et D sont **symétriques** par rapport à l'origine du repère.

4 Lecture d'abscisses

Les abscisses des points E, F, G, H et I sont respectivement : **- 2 ; 1,5 ; - 0,5 ; 3,5 et 2.**

5 Vrai ou Faux



a. Il y a exactement quatre entiers relatifs compris entre les abscisses des points E et D. **FAUX**

b. Le point A a pour abscisse - 1,2. **FAUX**

c. L'abscisse de B est positive. **FAUX**

d. L'abscisse de C est - 2,8. **VRAI**

e. L'abscisse du milieu du segment [AB] est un nombre entier relatif positif. **FAUX**

f. Exactement deux points ont une abscisse positive. **FAUX**

g. L'origine de cet axe se situe entre les points B et D. **VRAI**

h. Le symétrique du point E par rapport au point d'abscisse - 1 est le point D. **VRAI**

6 Lecture d'abscisses

Les abscisses des points E, F, G, H et I sont respectivement : **- 0,6 ; 4,2 ; - 1,8 ; 1,2 et 2,4.**

7 Signes de coordonnées

On note $(x ; y)$ ces coordonnées :

Pour z_1 : $x > 0$

et $y > 0$

Pour z_2 : $x < 0$

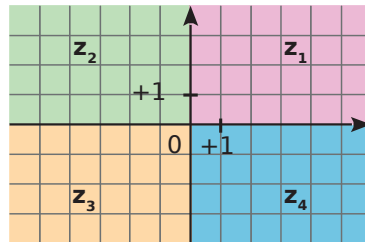
et $y > 0$

Pour z_3 : $x < 0$

et $y < 0$

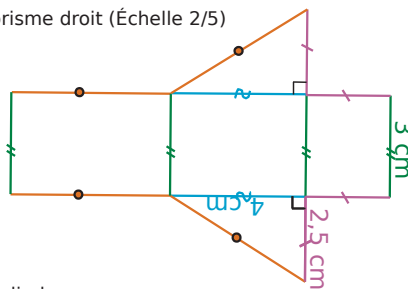
Pour z_4 : $x > 0$

et $y < 0$

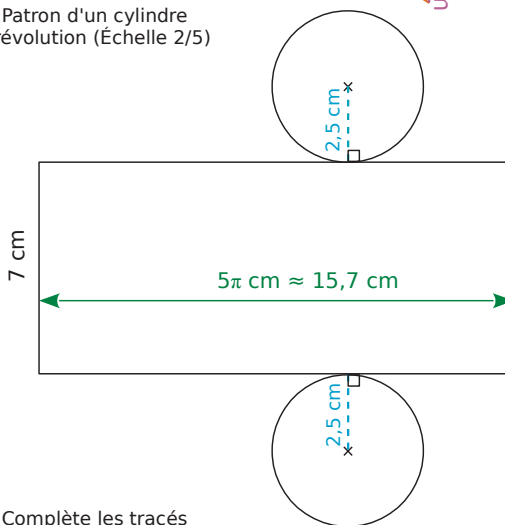


TEST D6

1 Patron d'un prisme droit (Échelle 2/5)

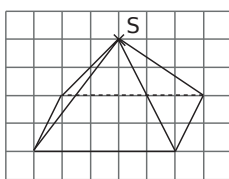


2 Patron d'un cylindre de révolution (Échelle 2/5)

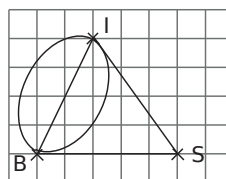


3 Complète les tracés en perspective.

a.



b.



4 Patron d'une pyramide à base carrée.

